

SINTROPIA: DEFINIZIONE ED USO

di *Mario Ludovico*

Abstract

La premessa è semplice, forse banale: a qualsiasi stato di un sistema la nostra conoscenza presente sa utilmente associare un livello di entropia, calcolabile mediante una precisa formula matematica. Se tale livello non è il massimo teoricamente possibile, allora significa che allo stesso stato del sistema è associabile anche un *“saldo” di non-entropia*, vale a dire di *“organizzazione interna”* del sistema, che rimane *“automaticamente”* definita come quantità complementare dell'entropia, e che perciò può essere descritta e rappresentata in maniera altrettanto utile e maneggevole.

Il linguaggio matematico è, con pochi dubbi, fra quelli più efficienti per fini di descrizione, ed è quasi insostituibile per fini di calcolo, specialmente se i calcoli non sono facili. Ho dunque presentato e formulato il concetto di *“sintropia”* come grandezza complementare, come l'altra faccia dell'entropia, traendone implicazioni logiche che mi paiono utilizzabili in pratica.

Fra le implicazioni logiche salienti di quest'approccio, mi sembrano importanti quelle che permettono descrizioni di probabili evoluzioni di sistemi sociali ed economici osservati nei primissimi stadi, o in brevissimi intervalli di equilibrio del loro divenire; fatta salva la consapevolezza che gli *stati di equilibrio* sono solo *“momentanee”* e convenzionali condizioni, inerenti assai più ai nostri meccanismi linguistici che alla realtà in sé.

Premessa

Con quest'articolo intendo dare un'idea dell'utilizzabilità pratica del concetto di *sintropia*, soprattutto nel campo degli studi sociali ed economici. Il termine è entrato ormai nell'uso, sebbene stenti ad imporsi definitivamente sul concorrente - ma meno corretto - termine di *neghentropia*. Entrambi i termini, dal secolo scorso, sono usati in prevalenza per indicare (ancor prima che per quantificare) quel certo *quid* che in natura sembra caratterizzare sia i fenomeni biologici, sia tutti quei fenomeni spontanei che contrastano la generale tendenza degenerativa della materia e dell'energia. Tale tendenza degenerativa fu messa in evidenza e formalmente definita nel secolo 19° dal concetto di *entropia crescente*.

Ritengo si possa affermare che alla diffusione dell'uso del termine "sintropia" non si accompagna una definizione condivisa del concetto relativo, tranne che per una definizione statistica, formalmente precisa, per la quale "sintropia" ha l'accezione tecnica di "grado di scostamento dal valore di una norma statistica". A mio avviso, invece, è più significativo definire la sintropia come una misura quantitativa dell'*organizzazione interna* attribuibile ad ogni sistema oggetto di studio. E' in questo senso che il termine fu coniato e introdotto nel 1944 da Luigi Fantappiè (1901-1956).¹

Credo che non sia possibile intendere appropriatamente il concetto di *sintropia* senza prima avere ben chiaro quello di *entropia*. Anche perché, come mostrerò, *entropia* e *sintropia* sono concetti non solo collegati concettualmente, ma anche grandezze complementari, nel senso che la misura del livello di entropia, in sistemi reali dove ciò è possibile, comporta un corrispondente e *complementare* livello di sintropia.

Mi scuso perciò per il lungo indugio introduttivo - nel testo che segue - sul significato di "entropia", dovuto al fatto che questo termine, usato frettolosamente, si è talvolta prestato a fraintendimenti.

¹ Luigi Fantappiè, *Principi di una teoria unitaria del mondo fisico e biologico*, Humanitas Nova Editrice, Roma 1944. Nello stesso anno, il fisico austriaco Erwin Schrödinger (1887-1961), pubblicava nel Regno Unito un saggio (*What is Life? The Physical Aspect of the Living Cell*, Cambridge University Press) nel quale (al paragrafo 7 del sesto capitolo) introduceva l'espressione "entropia negativa", poi in vario modo ripresa e sostituita con "neghentropia" da altri studiosi. Il

1. Entropia termodinamica

La termodinamica è un ramo della fisica tutt'altro che semplice. Non è mai stato facile, per molti, prendere familiarità col concetto di entropia. Si tratta di un concetto formulato da Rudolf Clausius (1822-1888), che si è sviluppato con la termodinamica del 19° secolo.

Nel secolo 20°, lo stesso concetto è stato trasferito, con buoni motivi, anche ad altre discipline tecniche, soprattutto dopo che Ludwig Boltzmann (1844-1906) lo riformulò in termini probabilistici, chiarendone ulteriormente l'intrinseco significato di "*misura di disordine*". In termodinamica, uno stato di disordine, inteso come *caotica uniformità*, è considerato l'ineluttabile e terminale *stato di equilibrio* di qualsiasi sistema fisico isolato dal resto dell'universo.

Ritengo utile chiarire prima quest'accezione del concetto di "entropia", e dare poi una definizione di "sistema", per arrivare a formulare con maggiore chiarezza anche il successivo concetto di "sintropia".

La termodinamica si occupa sostanzialmente di utilizzabilità di determinate quantità di energia termica; questa è tanto meno utilizzabile quanto maggiore è il grado di *caotica uniformità* delle sue concentrazioni all'interno della materia che la veicola. Viceversa, quanto più eterogenea è la concentrazione di calore all'interno di un corpo, o in un insieme di corpi in contatto fra loro, tanto maggiore è l'utilizzabilità dell'energia termica disponibile per produrre – ad esempio – lavoro meccanico. L'aggettivo "caotica" mi sembra d'importanza cruciale nel qualificare il grado di uniformità nella concentrazione di energia termica. Vedremo poi perché.

L'energia termica (calore) coincide sostanzialmente con la somma delle energie cinetiche delle molecole materiali costituenti i corpi. Ogni corpo materiale è infatti costituito da molecole in perenne agitazione, ciascuna dotata di una velocità media di agitazione.

In virtù di una fondamentale definizione della dinamica, il quadrato di tale velocità media, moltiplicato per la metà della massa di ogni molecola, è l'energia cinetica propria della

saggio apparve tradotto in italiano nel 1947, e pubblicato da Sansoni, che lo ripubblicò più tardi sotto il titolo di *Scienza e umanesimo. Che cos'è la vita?* (Firenze 1970).

molecola media, e quest'energia individuale coincide concettualmente con la *temperatura* media della stessa molecola.

Quindi, schematizzando i concetti: "calore", come *somma* delle energie cinetiche di *tutte* le molecole di un corpo; "temperatura", come energia cinetica media di *una generica molecola* costituente il corpo.

Senza controindicazioni, si potrebbe generalizzare il concetto di temperatura di un corpo pensandola come *densità* di energia termica, ossia come quantità di calore contenuta in un'*unità di materia*. Questo per dire che la *temperatura media* di un corpo potrebbe esser vista come la quantità totale di calore (energia termica) contenuta nel corpo divisa per la massa totale del corpo stesso.²

L'entropia termodinamica è una grandezza che dipende dallo stato generale di un sistema materiale: se per esempio si tratta di un fluido, l'entropia dipende da come densità, pressione, temperatura, volume, potenziale gravitazionale e quant'altro sono distribuiti all'interno del fluido. Queste ed altre grandezze, dalle quali dipende l'entropia, sono generalmente quantità variabili, usualmente indicate come "parametri di stato del sistema".

La termodinamica classica non esprime i valori assoluti dell'entropia di un sistema in uno qualsiasi dei suoi stati possibili: essa si limita a rilevare soltanto le *variazioni* di entropia che caratterizzano *processi spontanei* di trasformazione di un sistema materiale comunque definito.

² Non ha rilevanza concettuale che l'unità di materia sia la singola molecola oppure un insieme di molecole formanti un'unità convenzionale qualsiasi. A proposito di "temperatura", c'è da osservare che – dal punto di vista concettuale – il termine non ha mai avuto una precisa e univoca definizione. La definizione scientifica del termine è sostanzialmente operativa, nel senso che la temperatura è una grandezza che si misura, in diversi contesti tecnici specifici, con termometri diversi, la costruzione dei quali è oggetto di varia tecnologia. In termini di *dimensioni fisiche* (vedasi successiva nota 4 a pie' di pagina 3), la temperatura è in alcuni casi quantificata in unità d'energia.

In termodinamica, il concetto di *variazione di entropia* si riassume nella formula matematica (un semplicissimo rapporto fra due grandezze) che Clausius stabilì per definirlo. In un processo termodinamico di *trasformazione spontanea*, le due grandezze che concorrono alla definizione del concetto sono:

- (i) la quantità di energia termica (calore) q ceduta (o trasmessa) da una certa parte ad un'altra di un sistema materiale, essendo la prima a temperatura iniziale superiore a quella della seconda, e
- (ii) la temperatura T alla quale si stabilisce l'equilibrio termico di entrambe le parti del sistema a *processo spontaneo* concluso.

La formula di tale ***variazione di entropia***, che qui simbolizzo con V_E , può dunque esprimersi come il valore del quoziente $V_E = q : T$. Qualsiasi interpretazione del concetto di entropia termodinamica deve tener conto di questa formuletta.³

Considerate le precedenti schematiche definizioni, è forse più facile intuire perché l'entropia di un sistema materiale, che subisce *processi spontanei* di trasformazione, tende a crescere comunque, in quanto esistono sempre – finché le trasformazioni non si arrestano - trasferimenti di calore q , o anche d'altro tipo di energia, da qualche parte del sistema a qualche altra. Ciò significa che q – se trasformazioni avvengono – non ha mai valore nullo. Quindi, quanto maggiore è la quantità di energia q , che durante i processi si ridistribuisce all'interno del sistema, e quanto minore è la temperatura T alla quale si stabilisce l'*equilibrio termico* del sistema a trasformazioni concluse, tanto maggiore è l'*incremento* V_E di entropia del sistema.

³ La natura fisica delle grandezze che definiscono il rapporto V_E suggerisce – fra altre possibili – la seguente interpretazione: poiché non esiste energia senza il supporto di una massa, l'aumento di entropia in un sistema soggetto a trasformazione spontanea dà una misura della crescente quantità di materia del sistema che cessa gradualmente di prender parte al processo di trasformazione, divenendo sede di *energia inerte* nel sistema.

1.1 Entropia, età e tempo

Il fatto che in qualunque sequenza di trasformazioni fisiche l'entropia di un sistema cresce incessantemente ha indotto a considerare la variazione d'entropia come *grado di irreversibilità* dei processi. Al grado d'irreversibilità dei processi subiti può associarsi il concetto di "*età*" di un sistema materiale.

L'*età* di un sistema materiale, misurata dalla quantità di entropia che interviene e che si accumula nelle trasformazioni del sistema, non ha nulla in comune con il concetto di *tempo* proprio di altre branche della fisica, quali – in particolare - la meccanica, sia classica e relativistica sia quantistica. In parole semplici, l'*età termodinamica*, che riguarda l'*invecchiamento* di qualsiasi sistema materiale, non si misura con orologi.

Mentre il *tempo* della meccanica ha le dimensioni fisiche ⁴ di una distanza divisa per una velocità, l'*età* misurata dall'entropia ha le dimensioni di una *massa* che veicola *energia inerte*, ovvero di una quantità di *materia che non partecipa a ulteriori trasformazioni*.

Ritengo questa una precisazione importante, perché il *tempo* della meccanica o classica o quantistica è un parametro di riferimento che può assumere valori relativi qualsiasi (sia positivi sia negativi o nulli), mentre la *variazione d'entropia*, o *età* della materia sottoposta a trasformazioni, è un parametro di riferimento sempre o positivo o nullo.

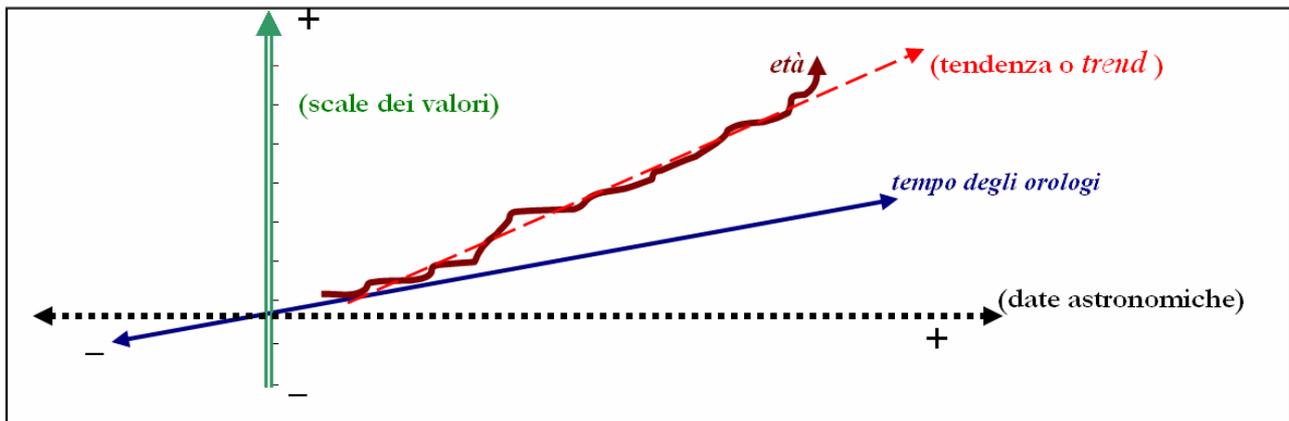
⁴ **Un'utile nota per chi ha perso familiarità con la terminologia della fisica.** Talvolta i linguaggi specialistici sono fuorvianti, perché adottano termini che, in un corretto italiano, potrebbero essere efficacemente sostituiti da altri più appropriati. E' il caso dell'espressione "*dimensione fisica*", che potrebbe – stando al suo significato specialistico – essere opportunamente sostituita da "*qualità fisica*", oppure da "*natura fisica*", oppure da "*carattere fisico*". In fisica, quasi tutte le quantità trattate possono essere qualificate mediante potenze numeriche di tre sole *dimensioni fisiche* (o "*qualità*" fisiche) principali, che sono "massa", simbolizzata con [M], "lunghezza", simbolizzata con [L], e "tempo", simbolizzato con [T]. Per esempio, ogni quantità esprime un "volume" ha le *dimensioni fisiche* (le *qualità* fisiche) di una "lunghezza al cubo", e pertanto rappresentate con $[L^3]$; una "velocità", che è sempre una "lunghezza" divisa per un "tempo", ha *dimensioni fisiche* simbolizzate da $[L:T]$; una "forza", che è sempre una "massa" moltiplicata per una "accelerazione", ha *dimensioni fisiche* simbolizzate da $[ML:T^2]$; le *dimensioni fisiche* di una "energia" sono quelle di una "forza" moltiplicata per uno "spostamento" (o "lunghezza"), e simbolizzate da $[ML^2:T^2]$, eccetera. Ci sono poi quozienti di grandezze aventi *dimensioni fisiche* omogenee: per esempio il quoziente di due masse, oppure di due velocità, e così via. Quozienti di tal genere esprimono grandezze "*prive di dimensioni fisiche*", dette anche "*numeri puri*", e sono *dimensionalmente* (cioè *qualitativamente*) rappresentate dal numero "uno" fra parentesi quadre, cioè da "[1]". Nelle formule "dimensionali", del tipo di quelle fra parentesi quadre sopra indicate come esempi, i rapporti fra grandezze di natura omogenea, cioè i "numeri puri", essendo rappresentati da "[1]", non si scrivono, omissione d'altronde consueta in qualsiasi formula algebrica moltiplicata per il valore "1".

Dal punto di vista della trattazione logico-matematica delle grandezze in gioco, il *tempo* interviene nella descrizione di processi reversibili (cioè descrivibili per quantità spazialmente simmetriche rispetto ad appropriati sistemi di riferimento), mentre l'*età* interviene nella descrizione di processi irreversibili (e perciò *asimmetrici* se descritti rispetto agli stessi sistemi di riferimento).

Da un punto di vista pratico (ma non concettuale), nel rappresentare processi di trasformazione della materia, non c'è in molti casi sostanziale inconveniente se si usa il *tempo* come parametro correlato con l'incremento dell'entropia, giacché l'uso di orologi e di calendari, per fini utilitari, semplifica molto la descrizione degli eventi osservati. Purché si abbia l'avvertenza di non dimenticare mai che *il tempo correlato con l'entropia* ("prestato" dagli orologi alla misura dell'entropia) diventa unidirezionale nel verso dell'entropia. L'inverso, ossia l'uso delle variazioni di entropia per misurare il tempo della meccanica, non avrebbe invece utilità pratica o sarebbe privo di senso nel maggior numero di casi.

Inoltre, la "correlazione" è qui soltanto una *relazione fra tendenze (trend)*, che non implica proporzionalità di sorta: per esempio, l'*età* di una roccia esposta soltanto alla gravità ed agli eventi meteorologici cresce molto lentamente e irregolarmente rispetto alla *durata temporale* della sua esistenza. In contrasto con ciò, processi di generazione, vita e scomparsa di alcune particelle subatomiche sono talora sorprendentemente longevi in termini di *età* raggiunta dalle particelle, benché gli orologi li misurino in nanosecondi. Così come pure l'*età* di una persona di 120 anni, ritenuta "enorme", è di durata pressoché trascurabile se misurata in tempi cosmologici.

Se si rappresenta con un grafico l'accrescersi di una "età" confrontato col crescere di un "tempo", il *tempo* assume l'aspetto di una linea retta, mentre l'*età* prende l'aspetto di una linea generalmente irregolare, che tuttavia si svolge senza *mai ritorno a valori inferiori*, come qui sotto illustrato.



Su che cosa sia il “tempo” si è sviluppato da molti decenni un dibattito intenso ed intricato. Molte energie mentali, per esempio, hanno dedicato ad un tale dibattito Ilya Prigogine (1917-2003) e i membri della sua scuola; e molti aspetti interessanti della questione sono stati utilmente messi in luce.

A me sembra, tuttavia, che parte della complessità del tema sia artificiosa e che possa essere utilmente aggirata. Prigogine insiste sull'esistenza di un tempo unico e unidirezionale, che è proprio, secondo lui, di ogni fenomeno, non importa se descritto o con i criteri della meccanica classica e quantistica, oppure con criteri pertinenti ad eventi biologici.⁵

Secondo me, come già prima accennato, c'è un iniziale autoinganno, che consiste nel voler usare uno stesso termine per definire due concetti diversi.

⁵ Molte sono le pubblicazioni nelle quali Prigogine tratta dell'argomento. In sostanza, egli sostiene che nessun evento può considerarsi reversibile. Ogni evento è intrinsecamente un *processo*, che – in quanto tale – rientra nel novero degli eventi soggetti a *fluttuazioni di stato*, trattabili appropriatamente solo mediante un approccio probabilistico e, quindi, ricadenti nell'ambito di una meccanica *statistica*, essendo questa sempre inerente a stati in evoluzione irreversibile. Donde l'intrinseca unidirezionalità del *tempo*. A tal proposito, si veda anche il successivo paragrafo 2.

L'uso dell'orologio serve soltanto ad avere un moto di riferimento assunto come regolare, il quale – **espresso in lunghezze, o in gradi di arco** percorsi dalle lancette – viene confrontato con la lunghezza percorsa da qualsiasi altro oggetto in moto. Invece di riferirsi al *percorso* delle lancette d'un orologio, espresso in *angoli*, e seguendo invece il suggerimento dato dalla Relatività Generale, la *quarta coordinata* di riferimento del moto di un corpo, cioè la misura della *durata* di un moto, può essere data dalla *lunghezza* – espressa in metri – percorsa da un raggio di luce mentre l'oggetto studiato svolge il suo moto.⁶

Inoltre il *tempo*, a differenza dell'*età*, può confrontare *distanze* percorse da un oggetto in moto *anche con volumi* di sabbia o d'acqua trasferitisi dalla parte superiore a quella inferiore di una clessidra, ed essere pertanto **misurato in litri**; e ciò meglio chiarisce il concetto di *tempo* come confronto fra *moti* oggetto di analisi e *moti di riferimento* usati come *coordinate*.

Tutt'altro atteggiamento investigativo è guardare un orologio come *processo*, per valutarne, per esempio, l'*invecchiamento*. Ma l'*età* dell'orologio non ha alcuna relazione con la sua funzione di strumento di misura del *tempo*. L'innato condizionamento linguistico, che da sempre c'induce a misurare l'*età* della vita in cicli astronomici o in numero di giri delle *sfere*⁷ d'un orologio, sembra prepotentemente convincerci che *età* e *tempo* sono sostanzialmente una stessa cosa. Purtroppo, se sostiamo davanti ad uno specchio con un orologio posto a fianco del nostro viso, vedremmo le lancette dell'orologio riflesse dallo specchio invertire disinvoltamente il loro senso di marcia, ma non potremmo mai vedere il nostro viso riflesso ringiovanire, per quanti giri *inversi* possano intanto compiere le lancette dell'orologio riflesso. Il *tempo* è simmetrico rispetto a qualsiasi riferimento spaziale, l'*età* del nostro viso no.

⁶ La *quarta dimensione relativistica* è espressa dal prodotto ct , con c velocità costante della luce, e t una qualsiasi misura del tempo. Le *dimensioni fisiche* di “ ct ” sono quelle di una *lunghezza* (o *distanza*). In simboli: $[ct] = [L]$. Questo significa che la *quarta dimensione relativistica non* è un *tempo*, ma – proprio come le altre tre familiari dimensioni spaziali, note come *larghezza*, *profondità* e *quota* – ha la *qualità fisica* di una *lunghezza*, espressa in *metri*, *misurati con l'orologio* (operazione che ci è familiare quando viaggiamo su autostrada a velocità costante). Così, *tutte le coordinate* di un punto **in movimento** sono di natura omogenea, mentre prima, nella cinematica classica, il *tempo* era un parametro eterogeneo, un “intruso”, che non permetteva una descrizione puramente geometrica (cioè in termini di *sole lunghezze coordinate*) degli eventi osservati. Ritengo ciò uno degli importanti chiarimenti apportati dalla Relatività.

⁷ Le lancette dei grandi orologi presero inizialmente nome, e somiglianza, di *sfere* proprio per l'analogia con le sfere celesti, Sole o Luna, il cui ciclico moto regolare dava modo nei primordi di *contare* il tempo.

Ho ripetutamente usato l'aggettivo "spontaneo" per il termine "processo", ma - fin tanto che si tratta di termodinamica - il significato di tale aggettivo dev'essere limitato all'ambito dei processi dominati dalle leggi della meccanica, che è l'ambito della fisica alla quale anche la termodinamica appartiene.

In un qualsiasi ambito biologico, invece, parlare di "processi spontanei" ha diverso significato, donde nasce il bisogno di analizzare un altro tipo di "spontaneità dei processi", la cui natura sembra contrastare la ferrea legge dell'entropia termodinamica, mentre in realtà ne dà conferma.

Qualsiasi trasformazione fisica comporta trasformazioni di energia; questa, in un sistema materiale, è in genere presente in forme diverse, ciascuna caratterizzata da un diverso livello qualitativo, essendo l'energia termica (calore) posta al più basso livello qualitativo.

L'irreversibilità di un processo consiste nella *degradazione* dell'energia coinvolta, onde tutte le forme di energia in gioco tendono prima o poi a trasformarsi in energia termica. Se l'energia termica è l'unica forma di energia in gioco, il grado di irreversibilità del processo è indicato dal grado di livellamento del calore all'interno del sistema considerato, cosicché questo raggiunge uno stato di massima entropia quando tutta la sua energia si è trasformata in calore e tutte le sue parti hanno la stessa temperatura.

In condizioni di equilibrio termodinamico, e perciò di massima entropia, non sono più possibili flussi di energia da un livello qualitativo (o di concentrazione) più alto ad uno più basso, ed è tale assenza di dislivelli energetici a comportare per il sistema l'impossibilità di ulteriori trasformazioni spontanee.

Per un sistema perfettamente isolato dal resto dell'universo, dunque, la termodinamica associa il livello di massima entropia allo stato di "equilibrio" termico che rende il sistema non passibile di trasformazioni spontanee.

2. Entropia come “stato più probabile di un sistema”

E' interessante osservare che, per la termodinamica, l'entropia di un *sistema in equilibrio* cresce con la temperatura di questo e, per il *Terzo Principio*, l'**entropia si annulla del tutto** quando l'equilibrio si stabilisce alla temperatura dello zero assoluto. Ma anche allo zero assoluto, annullandosi addirittura anche tutta l'energia termica del sistema, questo perde comunque ogni capacità di trasformarsi spontaneamente, come a smentire l'idea che “entropia nulla” significhi “massima capacità di trasformazione spontanea”.

Quest'apparente contraddizione mette in evidenza l'importanza del *disordine* insito negli stati di equilibrio termodinamico. Lo stato della materia alle alte e altissime temperature porta le componenti molecole a livelli di energia cinetica viepiù *caoticamente* distribuita, con la conseguente crescente tendenza all'*equiprobabilità* di ripartizione delle stesse molecole entro il volume di materia ch'esse costituiscono. Un esempio persuasivo di questa tendenza, nel comportamento delle singole molecole, può aversi pensando allo stato energetico ed alla possibile posizione di ogni molecola in un dato volume di gas al crescere della sua temperatura.

Una conferma teorica assai rilevante dell'interpretazione del concetto di entropia termodinamica come *disordine* fu data dal lavoro di Ludwig Boltzmann, il quale, con la sua versione *statistica* della termodinamica, dimostrò che lo stato fisico dei sistemi isolati tende verso condizioni di entropia crescente perché tali condizioni sono quelle di crescente disordine interno, e queste sono proprio le condizioni statisticamente più probabili. Donde pure la dimostrazione che i valori di entropia di un sistema non sono altro che *funzioni* di tali probabilità.

(Ancora una breve ma opportuna digressione terminologica. In matematica, sia pura sia applicata, il termine “*funzione*” - preso da solo - sintetizza efficacemente un'espressione di almeno sette parole, e significa “*quantità determinata da altre quantità generalmente variabili*”.

Dire, per esempio, che una qualsiasi quantità z è una *funzione* delle quantità x ed y , serve a dire che il valore di z **dipende** dai valori che di volta in volta possono assumere x e y . I modi nei quali una generica quantità può dipendere da altre sono pressoché infiniti, ma la matematica li precisa con specifiche formule, secondo l'argomento trattato).

Si deve a Boltzmann una nuova formulazione del concetto di entropia di un sistema.

Uno stesso *stato fisico generale* caratterizzante un sistema, cioè il *macrostato* del sistema (come per esempio definito dalla distribuzione al suo interno di *volume*, *densità*, *temperatura*, *pressione*, *potenziale gravitazionale* e quant'altro), può essere determinato da una varia combinazione di diversi *microstati*, quali sono gli stati microscopici propri di ciascuna molecola in relazione a tutte le altre molecole componenti il sistema.

Quando lo stato generale (macrostato) del sistema in un dato istante è di *non equilibrio*, la *probabilità* che un qualsiasi microstato si verifichi differisce dalle probabilità riguardanti gli altri microstati possibili, sebbene il diverso combinarsi di tali probabilità nel microlivello possa risultare in uno stesso macrostato del sistema.

Con una grossolana similitudine esemplificativa: cinque bocce fra loro identiche per peso, ma *contraddistinte* da cinque colori diversi, possono ripartirsi su i due piatti di una bilancia in vario modo nel determinare – per esempio - lo sbilanciamento dovuto al fatto che tre bocce vengono sempre a trovarsi sul piatto sinistro e due sul piatto destro. La misura dello sbilanciamento (l'analogo del *macrostato* di un sistema) non cambia al mutare della *distribuzione dei colori* delle bocce fra i due piatti (l'analogo di *microstati* possibili), se la ripartizione *numerica* delle bocce fra i due piatti della bilancia resta sempre di tre bocce sul piatto sinistro e di due bocce sul piatto destro.

In uno stato di equilibrio termico, invece, i diversi microstati teoricamente possibili – capaci di determinare lo stesso macrostato del sistema – hanno tutti un'uguale probabilità di verificarsi. Tale valore unico di probabilità di accadimento è per ciascun microstato espresso da $P = 1:W$, dove W è il numero complessivo dei microstati possibili.

Boltzmann dimostra che, in termini di probabilità, l'espressione quantitativa dell'entropia per un sistema in condizione di equilibrio termico è data da

$$E = -k \ln P = -k \ln(1:W)$$

In questa formula, “ E ” rappresenta l'entropia massima del sistema ad ogni data temperatura di equilibrio termico, “ \ln ” indica l'operazione di “logaritmo naturale” eseguita sul valore di probabilità $P = 1:W$, e la lettera k indica un valore costante, positivo, denominato “costante di Boltzmann”. Le “dimensioni fisiche” della costante k sono quelle di un'entropia (cioè di un'energia divisa per una temperatura), mentre i valori di probabilità sono sempre “numeri puri”.

Abbiamo prima visto che l'**entropia di un qualsiasi sistema è una grandezza che non può mai essere negativa**. Nella precedente formula compare il logaritmo di una probabilità. Il valore di probabilità di un qualsivoglia evento è un numero sempre maggiore di zero o uguale a zero (è zero quando l'evento è impossibile); ed è sempre minore di 1 od uguale ad 1 (è 1 quando l'evento possibile è uno solo ed è, pertanto, non più evento probabile, ma evento certo). Ciò in sintesi si esprime dicendo che qualsiasi valore di probabilità è sempre compreso fra zero ed 1.

Ora, come si sa, il logaritmo di un numero positivo compreso fra zero ed 1 dà come risultato un numero negativo, per esempio: $\ln(0.6) = -0.5108256$.⁸

Il segno “ - ”, che precede la costante k nella formula di E , serve a convertire il valore negativo del logaritmo in valore positivo.

⁸ Da ricordare: i logaritmi di numeri negativi sono sempre numeri *immaginari*, non utilizzabili in casi che trattano di probabilità.

La precedente formula si può scrivere in modo diverso, avvalendosi delle proprietà dei logaritmi ⁹ e attraverso un solo banale passaggio:

$$E = -k \text{Ln}(1:W) = -k(\text{Ln}1 - \text{Ln}W),$$

da dove, essendo come noto $\text{Ln}1 = 0$, si ottiene immediatamente

$$E = k \text{Ln}W.$$

Il collegamento operato da Boltzmann fra concetti della fisica classica, strutturalmente deterministica ¹⁰, e concetti formalizzati di natura probabilistica ha finito col porre in evidenza il ruolo non trascurabile svolto dell'osservatore intento a descrivere in modo obiettivo il comportamento della natura.

⁹ Si ricordi che il logaritmo del *rapporto* fra due numeri a e b è uguale alla differenza fra il logaritmo di a e il logaritmo di b ; cioè $\text{Ln}(a : b) = \text{Ln}a - \text{Ln}b$. E' inoltre da ricordare che $\text{Ln}0 = -\infty$, e che $\text{Ln}1 = 0$.

Per quanto verrà discusso più avanti, è pure opportuno ricordare la proprietà dei logaritmi di potenze, cioè: $\text{Ln}(a^c) = c \text{Ln}a$, che naturalmente vale anche per $\text{Ln}(a^{-c}) = -c \text{Ln}a$.

¹⁰ Tutta la fisica d'impostazione classica, nella quale anche la Relatività dev'essere inclusa (cheché ne pensi il filosofo Karl Popper), è espressione di una concezione *meccanicistica* della natura, nel senso che le interazioni fra elementi di materia sono da ritenersi come determinate da una catena di cause e di effetti ben identificabili e, almeno in linea di principio, calcolabili, se sono note le condizioni iniziali o finali dei processi (le cosiddette *condizioni al contorno*). L'annosa polemica fra Einstein e la scuola "indeterministica" di Bohr, Heisenberg e seguaci (nota come "la scuola di Copenaghen") verte proprio sull'affermazione, da parte di Einstein, che l'*indeterminazione* nel comportamento delle particelle subatomiche è una condizione meramente strumentale, dovuta ad un'inadeguatezza dei mezzi d'indagine, dovendosi pertanto presupporre anche per i livelli sub-atomici il verificarsi di processi *deterministici* caratterizzati da catene di cause-effetti analoghe a quelle dei macroprocessi. Al contrario, da parte di Bohr e della sua scuola, l'indeterminazione degli eventi a livello sub-atomico è da prendersi come *realtà intrinseca* di quei processi, che si sottraggono *definitivamente* sia ad una concezione sia ad una rappresentazione meccanicistica di tipo classico.

La *meccanica statistica* propiziata da Boltzmann ha fatto da innesco alla maggiore rivoluzione scientifica e filosofica del 20° secolo, avutasi per opera della meccanica quantistica. La versione *probabilistica* del concetto di entropia, infatti, indica la valutazione *fatta dall'osservatore* circa lo stato del sistema, non lo *stato in sé* nel quale il sistema si trova. I molti miliardi di microstati individuali, riguardanti i miliardi di molecole costituenti qualsiasi sistema materiale, non sono *di per sé* casuali, né fra loro intrinsecamente equivalenti, perché sono stati oggettivamente determinati da una meccanica che segue, molecola per molecola, una dinamica deterministica di sostanziale stampo classico, ma *in linea di fatto non rappresentabile*.

Il problema *statistico* non è posto dalle molecole *individualmente* considerate, ma dalla sistematica incapacità dell'osservatore di seguirne e di descriverne in dettaglio il comportamento.

Si pensi anche soltanto a consuete operazioni macroscopiche, come la misurazione della temperatura di un certo volume di fluido in stato di equilibrio termico. Ogni operazione di misurazione, pur se eseguita con la maggiore accuratezza consentita dalla tecnologia odierna, darebbe ogni volta risultati diversi, benché fra loro solo "leggeris-simamente" diversi. E' l'osservatore a stabilire a quale cifra decimale approssimare il valore "significativo" delle misure eseguite, e a decidere di conseguenza che la temperatura di quel volume di fluido "è *uniforme ovunque*".

La svolta gnoseologica è cruciale, perché ci si trova per la prima volta a dover ammettere che una cosa è la realtà oggettiva, disgiunta dall'osservatore, tutt'altra cosa è quanto della realtà è alla portata dei mezzi tecnici d'osservazione e degli strumenti linguistici dei quali l'osservatore dispone per analizzare e rappresentare ciò che osserva.

L'uso del concetto di "probabilità" nell'analisi scientifica significa proprio questo: vi sono limiti di conoscibilità del mondo che sono inerenti al soggetto conoscente, e tali limiti introducono un'inevitabile dose d'incertezza soggettiva anche in descrizioni "oggettive" della realtà. Diviene così consapevolezza comune il fatto che qualsiasi teoria scientifica del mondo è una descrizione dello stesso *tarata* dall'incertezza insita in una misura di soggettività, che è tanto immancabile quanto consensualmente condivisa. Pertanto, altro è il riconoscimento dell'*oggettività* di una teoria, altro è ritenere che una teoria descriva la *realtà oggettiva* del mondo.

In seguito, la meccanica quantistica introdurrà addirittura la questione dell'*ineliminabile interferenza* dell'osservatore nel comportamento di quanto egli osserva, e porterà Werner Heisenberg (1901-1976) a formulare nel 1927 il "principio d'indeterminazione", sul quale si regge tutta la fisica delle particelle sub-atomiche, e che ha comportato implicazioni gnoseologiche "sovversive" a qualsiasi scala d'investigazione scientifica.

Alle scale della fisica sub-atomica, chiarisce Heisenberg, il "sistema" oggetto di studio include tanto le particelle studiate quanto il laboratorio e l'osservatore, in un tutt'uno di elementi inevitabilmente interagenti. In quest'ambito, osservazioni e analisi possono svolgersi soltanto su base statistica, mentre deduzioni, calcoli e previsioni non possono essere che di natura probabilistica.

3. Probabilità, soggettività, informazione

La teoria matematica delle probabilità, principalmente per l'opera del matematico Andrei Nikolaevic Kolmogorov (1903-1987), ha subito nel 20° secolo una completa assiomatizzazione ed un ampio sviluppo, che ne hanno fatto uno strumento formidabile di analisi e di previsione in diversi ambiti di studio e di ricerca. "Assiomatizzazione" significa che l'*ente* "probabilità" è trattato come una grandezza matematica pura, astratta, priva di riferimenti a realtà fenomeniche fisiche. Il concetto di probabilità si presta in modo particolare ad un simile trattamento, perché qualsiasi quantificazione di valori di probabilità implica l'uso

di numeri puri, ossia privi di dimensioni fisiche. Quasi tutte le grandezze della fisica, invece (come già prima osservato) non sono espresse da numeri puri, ma da quantità caratterizzate da dimensioni fisiche specifiche. Una “probabilità”, a differenza di altre grandezze d’uso corrente nella scienza e nella tecnologia, esprime sempre e soltanto un *valore percentuale di certezza* relativo ad una qualche particolare *possibilità* di accadimento.

Nelle applicazioni della teoria delle probabilità, tuttavia, si presenta sempre il problema concreto di tradurre ogni “probabilità” da numero astratto (sempre compreso fra i valori di zero e di uno) in quantità determinata per usi pratici. Ciò ha indotto tutta una scuola di pensiero matematico, della quale Bruno de Finetti (1906-1985) fu uno dei maggiori rappresentanti, a dare risalto al carattere di *soggettività* sistematicamente inerente alla quantificazione ed all’uso dei valori di probabilità. De Finetti, in particolare, ha accuratamente argomentato che qualsiasi attribuzione di valori di probabilità si basa necessariamente, in un modo o nell’altro, sulla quantità e sulla qualità dell’informazione a disposizione di chi deve fare tali attribuzioni di valori.

Un’attribuzione di valori di probabilità riguarda quasi sempre una cosiddetta “distribuzione” di probabilità tra un insieme di eventi possibili.

Si tratta di “distribuzione di probabilità” quando la somma delle probabilità attribuite agli eventi possibili è uguale al valore “1” (“uno”). Esempio classico (anche perché ha storicamente dato origine allo studio matematico delle probabilità) è la *probabilità di apparizione* distribuita fra le facce di un dado lanciato nel gioco d’azzardo; oppure la *probabilità di estrazione* di un numero compreso fra “1” e “90” nel gioco del lotto.

Nel caso del dado, se il dado non è truccato, la *probabilità di apparizione* di una qualsiasi faccia del dado a lancio effettuato è la stessa per tutte le sei facce del dado, ed è uguale ad 1:6 (un sesto), cosicché la somma di tutte le probabilità di apparizione distribuite fra le sei facce è uguale a sei sestimi, cioè uguale ad uno.

Si badi: la somma delle probabilità distribuite fra le facce del dado resterebbe comunque uguale ad uno, anche se il dado fosse truccato ed il “baro” sapesse - per esempio - che la faccia del dado contrassegnata col numero 3 ha una probabilità di apparire pari a due sestimi, con i rimanenti quattro sestimi di probabilità distribuiti fra le altre quattro facce dello stesso dado.

L'informazione in possesso del baro mette questo in condizione di fare puntate al gioco con maggiore possibilità di successo rispetto a quella di altri partecipanti al gioco ignari del trucco. Una situazione del genere può anche descriversi asserendo che l'*incertezza* del baro, nel fare le sue puntate, è minore dell'*incertezza* degli altri.

E' stato grande merito del matematico statunitense Claude Shannon (1916-2001) quello di fornire nel 1949 la dimostrazione formale dell'esistenza e dell'unicità di una *quantità d'incertezza* indissolubilmente associata a qualsiasi distribuzione di probabilità.

4. Entropia come *incertezza statistica*

Il teorema di Shannon, che associa in modo univoco una ben definita quantità d'incertezza a qualsiasi distribuzione di probabilità, ha dato alla scienza uno strumento di analisi forse tuttora non apprezzato quanto merita. Ha soprattutto aggiunto alla teoria delle probabilità un concetto nuovo, formalmente perfetto, che amplia considerevolmente il potenziale d'uso di quest'importantissimo ramo della matematica.

E' senz'altro il caso di mostrare in simboli matematici la semplice formula che definisce l'*incertezza statistica* associata ad una distribuzione di probabilità.

Torniamo perciò all'esempio del lancio del dado. Le sei facce di una dado regolare sono contrassegnate, per distinguerle l'una dall'altra, da sei numeri, che vanno da 1 a 6. Se il dado viene lanciato in un gioco d'azzardo, la probabilità che, a dado fermo dopo il lancio, appaia rivolta verso l'alto una delle sei facce è la stessa per ciascuna delle sei facce, e vale 1:6. Così da poter scrivere $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = p_6 = 1:6$, essendo p_1, p_2, \dots, p_6 le probabilità che dopo il lancio il dado esponga la faccia contrassegnata rispettivamente da 1, da 2, ..., da 6.

Si è anche visto che queste probabilità definiscono una "*distribuzione*", perché – per definizione – un insieme di valori di probabilità la cui somma dà 1 è appunto detta "distribuzione di probabilità".

Il teorema di Shannon, prima menzionato, dice che esiste un'incertezza statistica, attinente ad una tale distribuzione, che è espressa sempre e soltanto dalla quantità

$$U = - h (p_1 \text{Ln}p_1 + p_2 \text{Ln}p_2 + \dots + p_6 \text{Ln}p_6) ,$$

dove h rappresenta un valore costante, che dipende soltanto dalla base del logaritmo usato¹¹.

In alcune applicazioni di questa definizione di *incertezza*, il valore di h viene assunto semplicemente uguale ad 1, ed è quindi graficamente omissso, perché di nessuna rilevanza pratica in quei casi.

Nel caso del lancio di un dado non truccato, il valore numerico dell'espressione " $p\text{Ln}p$ " è lo stesso per tutte le probabilità della distribuzione, perché si tratta di probabilità identiche fra loro: cioè,

$$p\text{Ln}p = p_1\text{Ln}p_1 = p_2\text{Ln}p_2 = \dots p_6\text{Ln}p_6 = (1:6)\text{Ln}(1:6) = - 0.298626.$$

Pertanto, posto $h = 1$, l'incertezza U espressa dalla somma che la definisce si quantifica in

$$U = - 1 \times 6 \times (p\text{Ln}p) = - 6 \times (- 0.298626) = + 1.791759.$$

Se si considera il caso di un dado "truccato", tale che due delle sue sei facce sono contrassegnate dallo stesso numero "3", la comparsa del "3" su lancio del dado ha probabilità $2 \times (1:6) = 2:6 = 1:3$, mentre per ciascuna delle altre quattro facce la probabilità di comparsa su lancio resterebbe uguale a $1:6$, che è ovviamente minore di $1:3$. La distribuzione di

¹¹ E' da ricordare che l'operazione "logaritmo" può avere una base qualsiasi. I logaritmi naturali sono basati sul numero di Eulero $e = 2.7182818\dots$. Nell'ingegneria sono più spesso usati i logaritmi in base 10, nella teoria dell'informazione i logaritmi in base 2.

probabilità così modificata¹² ha un'incertezza associata minore di quella calcolata sopra, ed è data da

$$U' = -1x[(1:3)\text{Ln}(1:3) + 4x(1:6)\text{Ln}(1:6)] = -(-0.366204 - 1.194506) = + 1.560710,$$

che è valore chiaramente inferiore a quello, U , relativo al dado regolare. Resta però di fondamentale importanza osservare che, nel caso del dado truccato, l'incertezza probabilistica (indicata da U') è minore *soltanto per chi sa* che il dado è truccato. Per chi crede che il dado sia "regolare" l'incertezza rimane invece quella di prima, cioè U .

Le caratteristiche morfologiche del dado pongono dunque vincoli alle probabilità considerate, la valutazione delle quali è perciò soggettiva, perché dipende dall'informazione a disposizione di chi usa il dado per un gioco d'azzardo.

Gli eventi possibili, connessi al lancio del dado, sono in numero finito (precisamente 6) e strettamente interconnessi, così da potersi immaginare il dado come un potenziale *sistema di eventi*, oggetto di attenzione da parte di un certo tipo di osservatori.

Se il dado è regolare, non truccato, l'incertezza $U = 1.791759469$ è la **massima incertezza** che è possibile associare alla distribuzione delle sei probabilità considerate, le quali sono tutte uguali fra loro. Il caso è generale, nel senso che l'incertezza propria di una distribuzione di probabilità è **massima** quando tutte le probabilità assegnabili agli eventi possibili sono fra loro uguali, qualunque sia il numero degli eventi possibili.

Detto N il numero degli eventi possibili, questi sono detti **equiprobabili** se hanno tutti la stessa probabilità di accadimento, che è il valore di probabilità espresso da $P = 1:N$. La relativa **massima incertezza statistica** è quindi espressa dalla formula generale che segue:

$$U_{max} = - 1xN (1:N) \text{Ln}(1:N) = - 1x\text{Ln}(1:N) = 1x\text{Ln}N ,$$

¹² Si noti che la somma delle probabilità della nuova *distribuzione* resta comunque uguale ad 1.

tenuto conto della proprietà dei logaritmi per la quale $-\text{Ln}(1:N) = -\text{Ln}N^{-1} = -1 \times (-\text{Ln}N)$.

E' immediato osservare che la formula esprime la *massima incertezza* associata ad una distribuzione di uguali probabilità coincide formalmente con quella che esprime la massima *entropia* di un sistema in stato di equilibrio termico (si ricordi $E = k \text{Ln}W$), inclusa la presenza di una costante h al posto di k . Io ho qui suggerito di considerare $h = 1$ solo per comodità di scrittura, e perciò ometterne la rappresentazione nel seguito di quest'articolo.

Al numero W dei microstati possibili della massima entropia termodinamica di un sistema materiale corrisponde il numero N degli eventi possibili contemplati da una distribuzione uniforme di probabilità.

Non sembra difficile intuire come la corrispondenza fra le due diverse situazioni descritte, riguardanti - rispettivamente - lo stato termodinamico e il lancio del dado, non sia solamente formale, ma anche concettuale. Al punto che i matematici della teoria delle probabilità si sono indotti ad introdurre il termine di "entropia" come sinonimo di "incertezza statistica". Così che, nella pratica propria di discipline tecniche diverse, una misura diretta di entropia può essere effettuata in tutti i casi nei quali il "comportamento" di un qualsiasi sistema può in tutto o in parte descriversi attraverso un'analisi di distribuzioni di probabilità.

L'unica sostanziale differenza fra l'entropia termodinamica e quella statistica sta nel fatto che la prima ha le dimensioni fisiche di un'energia divisa per una temperatura, mentre la seconda è un numero puro, ossia una grandezza priva di dimensioni fisiche. Questo fatto, tuttavia, dà subito un'indicazione dell'assai più ampio campo di applicabilità del concetto definito come entropia statistica, rispetto a quello strettamente pertinente all'entropia termodinamica. In quanto "numero puro", infatti, *l'entropia statistica si evidenzia come misura prettamente qualitativa dello stato di un sistema*, indipendente dalla natura fisica del sistema considerato.

Giunti a questo punto, è opportuno un piccolo passo indietro per meglio capire, alla luce del chiarimento concettuale fornito dalla definizione di "entropia statistica", le ragioni che inducono ad affermare che l'entropia termodinamica cresce col crescere della temperatura della materia e, invece, che l'entropia è *nulla* quando la materia raggiunge la temperatura dello zero assoluto (indicata da -273.15°C).

Appare valida la considerazione circa lo stato oggettivo della realtà osservata, posto in relazione con i mezzi soggettivi di osservazione e di descrizione di ciò che si osserva. Torna utile in proposito il ricorso ad esempi schematici, ma non inappropriati.

Immaginiamo che, attraverso un microscopio, un osservatore sia in grado di osservare due sole molecole, ognuna di un gas diverso, contenute in una piccolissima sfera che delimita i movimenti delle due particelle. Si può pensare ad un esperimento fatto per determinare in un istante qualsiasi la posizione e l'energia cinetica di ciascuna molecola dopo che ognuna di esse viene immessa nella sferetta attraverso un apposito forellino. L'immissione di ogni molecola nella sferetta avviene secondo una direzione ben precisa e con velocità iniziali note. Sono note anche tutte le caratteristiche fisiche delle stesse molecole e del materiale che costituisce il piccolo contenitore sferico.

Se la velocità iniziale delle due molecole è sufficientemente bassa, si dispone non soltanto del microscopio per vedere in ogni istante dove le molecole si trovano e per riconoscerne le caratteristiche morfologiche, ma anche di una cinepresa che permette in ogni istante di registrare l'abbinamento delle posizioni delle due molecole ai tempi nei quali le posizioni sono rilevate. Si dispone inoltre dell'armamentario concettuale della meccanica classica, che è deterministica, e degli strumenti matematici relativi, per calcolare con soddisfacente precisione posizioni e tempi delle molecole in moto all'interno della sferetta, tenuto conto delle caratteristiche fisiche (massa, elasticità, forma, ecc.) sia delle due molecole sia del contenitore entro il quale si muovono.

Se nella sferula s'immettono in successione, in numero crescente e a velocità crescenti, altre molecole di gas sempre diversi, le cose cominciano a complicarsi per via dell'intricarsi delle traiettorie e degli inevitabili urti fra le stesse molecole durante i rispettivi moti. Non solo si complica enormemente la rilevazione della posizione e dell'energia cinetica di ogni molecola, ma sempre più problematica se ne fa l'identificazione.

A mano a mano che aumenta l'ingresso di molecole diverse e sempre più veloci nella sferula, la redistribuzione delle quantità di moto fra le molecole del miscuglio raggiunge tali

livelli di complicazione da renderne impossibile tanto la determinazione dello stato fisico individuale, quanto l'identificazione.

Al crescere dell'agitazione delle molecole di gas (che altro non è se non l'*aumento della temperatura* del miscuglio all'interno del piccolo contenitore), l'informazione utilizzabile dall'osservatore, quale che sia il mezzo d'osservazione, si fa confusa al punto da costringere l'osservatore ad ammettere, se per esempio richiesto di farlo, che il passaggio per il centro geometrico della sferetta da parte di una *particolare* molecola di gas in un dato istante può avvenire con *probabilità* uguale per *qualsiasi* molecola, non importa a quale gas la molecola appartenga.

L'osservatore, dunque, perviene ad una condizione di massima incertezza conoscitiva circa lo stato fisico di ciascuna molecola del gas osservato. Alla condizione soggettiva, riguardante l'osservatore, non è lecito però far corrispondere uno stato oggettivo di *scomparsa* delle leggi deterministiche della meccanica all'interno della sferula contenente il miscuglio di molecole di gas.

L'*entropia massima* "del gas", denunciata dall'osservatore, è in realtà l'entropia riguardante lo *stato d'informazione* nel quale è l'osservatore a trovarsi suo malgrado.

A riprova di ciò, vediamo che cosa invece accadrebbe per l'osservatore se si portasse il miscuglio di molte decine di molecole di gas all'interno del piccolo contenitore a temperature sempre più basse, cioè a moti d'agitazione molecolare sempre più lenti, fino al limite estremo della temperatura dello zero assoluto.

Lo stato fisico del miscuglio di gas, se fosse portato a quella temperatura estrema, si caratterizzerebbe per l'assoluta immobilità di ogni molecola. Ogni molecola verrebbe pertanto a trovarsi in una posizione ben precisa all'interno del piccolo contenitore sferico, permettendo all'osservatore non soltanto una rilevazione esatta della posizione di ciascuna molecola, ma anche una perfetta identificazione del gas d'appartenenza d'ogni molecola osservata. L'incertezza dell'osservatore si annullerebbe e, in corrispondenza dell'azzera-mento della sua *entropia statistica*, si annullerebbe anche l'entropia termodinamica del sistema materiale osservato, a conferma del *Terzo Principio* della termodinamica: questo principio, prima che

Boltzmann ne potesse dare formale dimostrazione, fu postulato nel 1906 da Walther Nernst (1864-1941).

A questo proposito, è opportuno riconsiderare la formula *statistica* dell'entropia data da Boltzmann: allo zero assoluto il *microstato* di ciascuna molecola del sistema materiale considerato non è più, per l'osservatore, in *uno stato probabile*, ma in *uno stato certo*, e in termini di probabilità la *certezza* di uno stato o di un evento qualsiasi è misurata dal numero "1". Cosicché, allo zero assoluto, l'espressione " $\ln W$ " diviene " $\ln 1 = 0$ " perché lo stato possibile è unico per tutte le molecole, e l'entropia del sistema di annulla.

L'uniformità probabilistica, *che descrive* stati di massima entropia alle alte temperature, assegna al sistema considerato un'uniformità di temperatura che non può essere oggettivamente provata come vera per ciascuna delle molecole in agitazione termica. E' in una tale impossibilità che risiede il concetto di *massimo disordine*, che dev'essere pertanto inteso come *massima confusione* nello *stato dell'informazione* circa lo *stato* di ogni elemento del sistema osservato. L'uniformità è più o meno *caotica* per l'informazione che si riesce ad ottenere, fintanto che l'agitazione termica non impedisce l'individuazione di un qualche stato di *ordine rappresentabile*. Ma cessa di essere uniformità caotica, per diventare invece uniformità ordinatissima, quando la distribuzione spaziale delle molecole si fissa stabilmente alla temperatura dello zero assoluto.

In connessione con l'ipotetico esperimento appena descritto, si deve tuttavia considerare che non esiste possibilità pratica di conseguire la temperatura dello zero assoluto, per quanto ci si possa avvicinare, e ci si è avvicinati, a tale limite.

L'impossibilità dipende sia dall'energia intrinseca di ogni molecola materiale (che è a sua volta un sistema piuttosto complesso), sia dall'intrinseca instabilità dello spazio fisico nel quale ogni elemento materiale è immerso.¹³ Molti avranno ormai sentito parlare, per esempio, della cosiddetta "radiazione cosmica di fondo", che permea l'intero universo. Basterebbe

¹³ Secondo la meccanica quantistica, una qualsiasi sostanza materiale manterrebbe anche alla temperatura dello zero assoluto un'intrinseca energia cinetica detta "energia del punto zero". A questo proposito, è da considerare che per la meccanica quantistica ogni particella "elementare" è *costituita anche* da un'onda.

questa soltanto ad impedire a qualsiasi tipo di materia di restare immobile, cioè in condizioni di energia cinetica nulla, e perciò anche di temperatura nulla. Senza considerare l'energia d'irradiazione elettromagnetica (luce) con la quale si dovrebbe investire la materia per osservarne o per registrarne lo stato fisico. Onde il concetto di "entropia nulla" resta per la scienza un concetto teorico limite, senza concreto referente fisico.

Dall'impossibilità fisica di pervenire alla temperatura dello zero assoluto, e quindi ad uno stato di entropia nulla, deriva la considerazione teorica per la quale, anche a bassissime temperature, qualsiasi sistema materiale non perde mai la probabilità, per quanto piccola, di mutare il suo stato. Anzi, stando a Schrödinger, sono proprio le basse temperature le condizioni che favoriscono il formarsi di sistemi complessi e l'avvio di processi biologici.¹⁴

Nel verso opposto, non si concepisce neppure teoricamente una temperatura sufficientemente alta per determinare nella materia uno stato di massimo assoluto d'entropia. Gli sviluppi matematici della teoria del "caos", e i raffinati esperimenti che ne sono seguiti, hanno dimostrato che anche nel più gran disordine "apparente" (cioè ai livelli di massima confusione per l'osservatore) la materia può stabilire strutture d'ordine interno che ne condizionano il comportamento.

Ecco dunque tratteggiati alcuni degli argomenti che hanno indotto ad assumere il *grado di disordine* come significato sostanziale del concetto di maggiore o minore entropia di un sistema

E' a questo punto lecito domandarsi se ai *diversi gradi* di disordine, che possono attribuirsi ad un qualsiasi sistema, non possano farsi corrispondere *diversi gradi di ordine* attribuibili al sistema stesso.

Prima di delineare una risposta al quesito, è opportuno soffermarsi sul significato del termine "sistema".

¹⁴ E' una delle tesi del suo saggio "*What is Life? The Physical Aspect of the Living Cell*", citato

5. Sistema

Qualsiasi oggetto di studio al quale si volge l'intelletto umano è definito di volta in volta da particolari modi di concentrazione e di distribuzione dell'attenzione.

L'attenzione prima "isola" e poi "configura" in parti costituenti l'oggetto di studio. Nell'eseguire queste operazioni mentali, l'osservatore fa ampio uso di quegli strumenti di riconoscimento e di identificazione che gli sono forniti tanto dal corrente linguaggio della lingua madre quanto da termini linguistici e da strumenti che sono specifici di varie tecniche d'analisi della realtà percepita.

Con altre parole, percepire un qualsiasi oggetto, o qualsiasi insieme di oggetti, presuppone sia un contatto fisico fra questo e l'osservatore (come avviene attraverso i sensi) sia un linguaggio di rappresentazione del percepito, precisando che è proprio questo "linguaggio" (a cominciare dai "segnali" di diversa natura trasmessi dalle *sensazioni*) a *determinare*, per poi esprimere, il modo di concentrazione e di distribuzione dell'attenzione.

Le istituzioni "linguistiche", largamente pre-esistenti alla nascita tanto degli individui quanto delle generazioni ai quali gli individui appartengono, determinano non soltanto un mezzo condiviso di comunicazione fra osservatori diversi, ma anche *modi di percezione* del mondo fisico in massima parte condivisi. E' un fatto fisiologico, che trascende gli atteggiamenti mentali individuali, e che induce *naturalmente* molti a ritenere che termini e concetti, propri dei linguaggi usati, siano l'*oggettiva* corrispondenza di cose che esistono *di per sé*, proprio come *di per sé pre-esistono* i familiari termini linguistici, che frammentano la realtà in "cose" diverse e diversamente le rappresentano.

La premessa fatta intende introdurre l'assunto per il quale l'individuazione, la definizione e la descrizione di un "sistema" è essenzialmente un'operazione *linguistica* di natura soggettiva.

La distinzione "ovvia" fra un sistema definito come "frigorifero" ed uno definito come "pompa di carburante" diventa problematica, se non impossibile, per i membri di alcune tribù di cultura neolitica scoperte non molti anni fa in recessi della Nuova Guinea. Ma, al di là di quest'esempio estremo, qualsiasi membro culturalmente evoluto della nostra civiltà potrebbe

trovare problematica o impossibile l'identificazione di "oggetti diversi", o di "sistemi diversi di oggetti", se si venisse a trovare all'improvviso in un ambiente del tutto sconosciuto e mai immaginato.

Torniamo all'esempio prima accennato della "pompa di carburante". L'immagine fornita da questa identificazione, fatta con queste tre semplici parole, varia di pochissimo presso la maggior parte delle persone che sono solite vedere pompe di carburante o servirsene per rifornire autoveicoli. L'immagine mentale isola un tipo di oggetto da ogni contesto fisico possibile, e rappresentarla graficamente da parte di un qualsiasi campione statistico di persone darebbe luogo a figure assai poco diverse - e comunque tutte riconoscibili - da quella che potrebbe disegnare un bambino di dieci anni.

La "pompa di carburante", percepita e rappresentata in tal modo, è una drastica semplificazione della realtà. Non solo l'oggetto "pompa di carburante" è qualcosa d'intrinsecamente diverso, nella sua consistenza meccanica, dal modo di rappresentarlo dei più, ma, come "sistema" avente una specifica funzione, non è sostanzialmente isolabile dal serbatoio interrato e invisibile dal quale la pompa preleva il carburante, dal terreno geologico del luogo che accoglie e protegge il serbatoio, dall'ubicazione topografica del sito, dalla strada che vi passa vicino, dalla rete di produzione e di distribuzione dell'energia elettrica che alimenta il motore della pompa, dall'insieme della popolazione che se ne serve e dei veicoli che usano carburante, da chi produce veicoli e carburante, dall'atmosfera e dal sole che consentono l'esistenza di tutto quanto fin qui elencato, e così via. Ciò nondimeno, non c'è motivo di turbamento se, per ragioni diverse, ci si limitasse a riferirsi a "pompa di carburante" nel modo usuale di rappresentarla, condivisa anche dai bambini. Tutto dipende dall'uso che s'intende fare del concetto rappresentato.

Preso così qualche necessaria cautela, arrivo a definire il concetto generale di "sistema" in un modo che spero capace di scoraggiare il dissenso.

Il "sistema", del quale tratterò qui, è un insieme di parti materiali singolarmente individuabili e definibili mediante un qualsivoglia linguaggio, percepite come fra loro

strettamente dipendenti perché *collegate da interazioni rilevabili e misurabili*. Tutte le parti di un “sistema” sono sempre rappresentabili come elementi appartenenti a **due gruppi distinti**: il gruppo costituito dalle parti identificate con l’espressione “**sistema principale**” e il gruppo delle parti non singolarmente identificate, ma solo menzionate come *insieme* costituente il “**resto dell’universo**”.

Fatta questa distinzione, nulla osta a che “il resto dell’universo” venga *praticamente* considerato come una *componente speciale* del “sistema principale”.

Il ruolo funzionale del “resto dell’universo” è d’importanza fondamentale per qualunque “sistema principale”, comunque identificato. E’ un’affermazione che va tenuta costantemente presente, per evitare errori logici e concettuali nel trattare “sistemi” *come se fossero cose isolate* dal resto dell’universo; soprattutto quando si focalizza l’attenzione su certi eventi che paiono contrastare il Secondo Principio della termodinamica.

A proposito di ciò, vale dunque affrontare subito la questione dell’apparente contraddizione esibita dai fenomeni biologici, i quali sembrano caratterizzati da trasformazioni della materia che la portano a prender forme sempre *meno probabili e più organizzate*, dando l’impressione di smentire la legge dell’entropia crescente, che invece domina su tutto.

E’ di nuovo opportuno ricorrere ad un esempio concreto, per chiarire sia come interviene l’*entropia* in un “sistema” biologico sia che cosa debba in realtà considerarsi “sistema biologico”.

Immaginiamo allora un “sistema” formato da un contenitore sferico di vetro (che sarà poi chiuso ermeticamente), nel quale mettiamo un po’ di terra, un po’ d’acqua, il seme di una pianta e un’atmosfera contenente ossigeno e anidride carbonica in proporzioni convenienti. Se il contenitore è mantenuto a temperatura opportuna, il seme si sviluppa a spese dei materiali circostanti disorganizzati, seguendo un “programma biologico” contenuto nel codice genetico del seme. Si vedrà che questi materiali si organizzano, in misura crescente, nelle forme di una pianticella costituita da parti interagenti e funzionalmente differenziate, dando evidenza ad un processo di *diminuzione dell’entropia del “sistema”*. Un tale processo spontaneo sembrerebbe indicare che in natura esistono fenomeni in contrasto col Secondo

principio della Termodinamica. Ma è un'apparenza ingannevole, perché il "sistema" è stato individuato in modo erraneo, e quindi fuorviante.

Se il "sistema", infatti, fosse **davvero isolato**, se cioè non avesse con l'ambiente circostante scambi né di calore, né di energia, né di materiali in qualsiasi forma, il seme svilupperebbe il suo programma biologico soltanto fino all'esaurimento delle risorse sue proprie e di quelle disponibili all'interno del contenitore che lo "isola" dal resto dell'universo, da una parte producendo materia organizzata e dall'altra sviluppando e dissipando energia sotto forma di calore.

Esaurite le risorse, il programma biologico cessa di funzionare, ed inizia un decadimento inevitabile del "sistema": si avvia un processo di decomposizione della materia, che si ripresenta in forme sempre meno organizzate, facendo in tal modo aumentare rapidamente la quantità di entropia del "sistema", fino ad una condizione finale di equilibrio disordinato.

Il processo di sviluppo può invece proseguire anche oltre l'utilizzazione dei materiali e delle energie di riserva del seme soltanto assicurando, prima di tutto, la fotosintesi, per la quale sia garantita alla pianta una continua fornitura di energia elettromagnetica (luce) dall'esterno del "sistema", e poi anche attraverso progressive forniture al "sistema" di acqua, di ossigeno, di anidride carbonica e di materiali disorganizzati (terra) da utilizzare nel processo di sviluppo della pianta. Ma allora il "sistema" non è più isolato; anzi, si capisce subito che il sistema non è costituito soltanto da quanto inizialmente racchiuso nella sfera di vetro: quello è solamente il "sistema" sul quale abbiamo inizialmente focalizzato la nostra attenzione, credendo, in tal modo, che si potesse davvero isolare qualcosa dal resto dell'universo.

Se, invece, il "resto dell'universo" è costantemente tenuto in conto, allora esso è sempre e comunque parte integrante di qualsiasi "sistema" (inteso quest'ultimo come "sistema principale" nel modo prima definito), sul quale abbia a focalizzarsi la nostra attenzione di osservatori. Infatti, **la maggior parte** sia dell'energia elettromagnetica (luce) sia dei materiali che partecipano allo sviluppo del seme, e poi della pianta, *si trasforma in calore dissipato attraverso l'ambiente* circostante, ciò che corrisponde ad una cospicua produzione di entropia. Così la *diminuzione* di entropia, prodottasi nel *sotto-sistema biologico* in formazione

(“sistema principale”), è ampiamente controbilanciata dall'*aumento dell'entropia complessiva* del sistema reale, del quale fa parte anche “il resto dell'universo”.

In conclusione, e calcoli di questo tipo sono stati ripetutamente eseguiti, il bilancio entropico dell'insieme verifica largamente, ed in ogni istante, la validità del Secondo Principio della termodinamica. E quale che sia il “sistema” identificato, esso non può essere altro che uno degli innumerevoli diversi “sistemi principali” di sistemi reali diversi, tutti includenti un “resto dell'universo” come elemento integrante.¹⁵

6. Sintropia

Da qui in poi conviene adottare la definizione statistica di entropia come data dalla formula di Shannon, introdotta nel precedente paragrafo 4, e usare il simbolo E per indicare qualsiasi tipo di entropia, dimenticando il simbolo U (preso dalla lettera iniziale della parola inglese *uncertainty*, “incertezza”) precedentemente usato per distinguere l'entropia statistica da quella termodinamica.

La formula di Shannon può essere scritta in un modo più semplice ed assai più pratico, quando si tratta di ampie distribuzioni di probabilità, mediante il simbolo matematico “ Σ ” (la lettera greca “sigma” in maiuscolo) che, nell'usuale notazione matematica, significa “somma”. Per esempio, la somma di 3 grandezze diverse simbolizzate con a_1 , a_2 , a_3 , può indicarsi con

$\sum_{i=1}^3 a_i$, che si legge: “somma delle a_i , col pedice i che varia da 1 a 3”, e che equivale a

scrivere la stessa somma nella comune forma $a_1 + a_2 + a_3$.

¹⁵ E' probabile che venga spontaneo domandarsi se nemmeno il Sole, o una qualsiasi stella, possa considerarsi come “sistema isolato”. Ebbene no, non si può. La formazione delle stelle dipende dall'esistenza delle galassie (anzi, dal cuore delle galassie), così come la formazione di pianeti e di materia in genere dipende in gran parte dall'esistenza delle stelle, ed i nuclei delle galassie stesse (al pari di qualsiasi evento fisico) non sono che *stati* del cosiddetto “spazio vuoto”, il quale, come fisica e cosmologia si sono ormai indotte ad ammettere, è *tutto* tranne che *vuoto*. Anzi, esso è da considerarsi l'illimitato serbatoio di quell'*essenza* di base, la si chiami “energia” o altro, dalla quale ogni evento cosmico trae origine ed alimento, ed alla quale, al termine del proprio ciclo, “ogni cosa ritornerà, secondo necessità”, come già andava insegnando nel VI secolo a.C. il filosofo Anassimandro nel definire la sua idea di *ἀπειρον* (l'*indeterminato*).

Ciò chiarito, l'entropia statistica di Shannon si scrive anche nel modo seguente:

$$E = -h \sum_{i=1}^N (p_i \text{Ln } p_i) = -h (p_1 \text{Ln } p_1 + p_2 \text{Ln } p_2 + \dots + p_N \text{Ln } p_N) ,$$

dove N rappresenta il numero (di solito molto grande) degli eventi possibili relativi alla considerata distribuzione di probabilità.

Se il numero, non importa quale, degli eventi possibili è dato per noto e fisso, la stessa formula può ulteriormente semplificarsi e, se per semplicità si assume pure $h = 1$, ridursi a

$$E = -\sum(p_i \text{Ln } p_i).$$

Col simbolo “ \sum ” si semplifica anche la definizione di “distribuzione di probabilità”, indicandola mediante la seguente uguaglianza:

$$\sum p_i = 1 .$$

La formula che esprime l'entropia E , appena sopra mostrata, è applicabile a qualsiasi sistema, per valori qualsiasi delle probabilità p_i nella distribuzione oggetto di analisi, nonché per qualsiasi numero N di eventi possibili.

Abbiamo anche visto, nel paragrafo 4, che si attribuisce entropia massima E_{max} ad un sistema quando la distribuzione interna delle interazioni è rappresentabile tramite valori di probabilità tutti uguali fra loro, cioè aventi tutti un'identica probabilità di accadimento espressa da $p = 1:N$, se N sono gli eventi possibili riguardati dalla distribuzione.

In questo caso, pertanto, l'entropia massima resta espressa da

$$E_{max} = -N(p \operatorname{Ln} p) = \operatorname{Ln} N .$$

Si è anche visto che a qualsiasi distribuzione di probabilità *non* uniforme, ossia caratterizzata da valori di probabilità *non* tutti uguali fra loro (basterebbe anche una sola probabilità diversa da tutte le altre), corrisponde un'entropia del sistema osservato *minore* dell'entropia massima $E_{max} = \operatorname{Ln} N$.

Quale che sia il valore E dell'entropia, può allora associarsi al sistema una grandezza data dalla differenza, sempre maggiore di zero (o - al limite - uguale a zero), espressa da

$$S = E_{max} - E = \operatorname{Ln} N - E .$$

Possiamo chiamare "**sintropia**" questa grandezza, perché il numero S indica quanta parte del sistema *si sottrae* al massimo disordine.

Se, infatti, l'entropia E del sistema è inferiore alla sua massima entropia possibile (quest'ultima essendo espressa da $E_{max} = \operatorname{Ln} N$), vuol dire allora che una parte del sistema *non è disordinata*, e quindi si distingue dal resto del sistema per una sua misura di *ordine* uguale alla misura (data appunto *da S*) di disordine sottratto al disordine massimo che atterrebbe allo stesso sistema.

Dalla definizione di "sintropia" appena formulata sopra, si evince immediatamente che, quale che sia lo stato del sistema oggetto di analisi, la somma di entropia e di sintropia è un valore costante, che è proprio del sistema stesso, e che dipende dal numero N di eventi che lo caratterizzano. Ciò si può esprimere meglio portando semplicemente l'entropia E dal secondo al primo membro nella precedente equazione, e scrivendo

$$S + E = \operatorname{Ln} N , \text{ costante.}$$

L'evidente significato di questa relazione è che ad ogni *aumento di disordine* E nel sistema corrisponde un'*uguale diminuzione di ordine* S , e viceversa, perché la somma delle due diverse misure non può che restare costante.

Questa grandezza costante, strettamente dipendente dal numero N di eventi possibili, è detta "**potenziale di trasformazione**" ovvero "**potenziale entropico**" del sistema, e viene indicata con la sola lettera " H ", quando non è necessario specificare il numero di eventi possibili. E' importante osservare che il "potenziale entropico" non rappresenta soltanto il valore massimo d'entropia di un sistema, ma anche il massimo possibile di *sintropia* che può essere conseguito dallo stesso sistema: ciò è subito verificabile se, nella relazione data sopra per definire il "potenziale entropico", si pone l'entropia $E = 0$.¹⁶

6.1 *Neghentropia: che significa?*

Brevemente, di passaggio, è opportuno un commento sul termine "neghentropia", largamente usato per esprimere un significato analogo a quello qui assegnato a "sintropia".

Non saprei se e in che modo possa definirsi un concetto di *neghentropia* diverso e alternativo al concetto di *sintropia* prima definito, giacché, almeno per quanto ne so io, coloro che oggi usano tale termine non ne danno una formulazione precisa. L'idea parrebbe quella di significare, con la parola "neghentropia", un'entità di valore *opposto* a quello dell'*entropia*, e in matematica dire "valore opposto" significa dire "valore di segno algebrico contrario". Questa è infatti la proposta avanzata da Schrödinger nel 1944, attraverso un'interpretazione piuttosto frettolosa e discutibile della definizione statistica di *entropia* data da Boltzmann. L'idea che possa esistere un'*entropia negativa*, a dar ragione dei fenomeni di auto-organizzazione della

¹⁶ Si dimostra che il massimo di entropia, come pure l'equivalente massimo di sintropia, stanno ad indicare soltanto valori-limite teorici, irraggiungibili per qualsiasi sistema.

materia, appare tuttavia fuorviante, perché una simile definizione del concetto di *ordine* conduce a concetti contraddittori.

Se deve ritenersi corretta la definizione di “entropia” fino ad ora acquisita e consolidata, si ha che l’entità del *disordine* tende ad annullarsi (cioè *tende a zero*) al crescere della *non uniformità*, cioè al crescere del *differenziamento* delle relazioni fra elementi d’un sistema (benché - pur scemando - il *disordine* di fatto non si annulli mai). A questa tendenza verso il *disordine zero* corrisponde un’ovvia ed equivalente compensazione da parte di un *ordine* crescente, sopra definito dalla differenza S , che è quindi sempre grandezza positiva, cioè maggiore di zero.

Se ora si ponesse il segno “meno” davanti alla formula che esprime l’entropia, se cioè si moltiplicasse l’entropia per “ -1 ”, con l’intento di trasformarne il significato in “misura di ordine”, si otterrebbe il paradosso di un *ordine che tende a zero* proprio quanto più *strutturata* è la configurazione assunta dagli eventi del sistema osservato, ossia quanto più si differenziano le N^2 probabilità d’interazione fra gli N elementi interagenti. Mentre in direzione opposta, d’altronde, *l’ordine diminuirebbe* fino ad un *minimo*¹⁷ espresso da un assetto uniforme di eventi tutti fra loro equiprobabili. Secondo una tale definizione di “neghentropia”, si avrebbe dunque uno *stato di ordine inesistente* espresso dal numero “zero” (quando la *neghentropia* – come “misura di ordine” – si annulla proprio al suo valore massimo), mentre, nel verso opposto, il numero “ $-2\ln N$ ” dà il livello di *ordine minimo*. Contrasto logico di significati, che fa di “neghentropia” un’idea nebulosa.

Anche nel linguaggio ordinario, i concetti di *ordine* e di *disordine* rimandano a “relazioni fra cose”, che si presentano come potenziali configurazioni reciprocamente *alternative e complementari per contrapposizione*, nel senso che le *stesse cose* possono convertire l’assetto delle mutue relazioni da *configurazioni meno ordinate* (o *più disordinate*) in altre *più ordinate* (e viceversa), senza intervento di alcuna reciproca *negazione*. In sostanza, è una questione di gradi: un insieme *disordinato* di oggetti è usualmente visto come in uno stato di

¹⁷ Si ricordi che il valore dei numeri negativi *decresce* al crescere del loro valore assoluto. Per esempio, -5 è *minore* di -4 ; -100 è *minore* di -7 , eccetera, e lo “zero” è *maggiore di tutti i numeri negativi*, cioè “0” è *maggiore* di -1 , di -4 , di -100 , e così via.

ordine inferiore, cioè *meno o molto meno ordinato* rispetto a possibili stati alternativi nei quali un osservatore possa cogliere, nelle relazioni fra gli oggetti, strutture significative portatrici di maggiori quantità d'informazione.

Qualunque processo di trasformazione della materia può essere visto o come processo di *sintesi e differenziamento* di "cose" uguali – o molto simili – in cose fra loro diverse, oppure – all'opposto – di *demolizione e omogeneizzazione* di "cose" diverse in cose fra loro uguali o simili.¹⁸

Su queste premesse si sviluppa una teoria dell'evoluzione di sistemi costituiti da elementi interagenti e, dunque, interdipendenti.

Nell'analizzare l'evoluzione d'un qualsiasi sistema, la teoria mostra come si pervenga a descriverne trasformazioni progressive e regressive, in termini – rispettivamente – di crescente organizzazione o, al contrario, di crescente disorganizzazione interna.

7. Descrizione del comportamento di un sistema

Consapevoli delle cautele che sono necessarie nel definire un qualsiasi sistema oggetto di studio, possiamo porre attenzione su quei processi spontanei, sia di natura meramente biologica sia di natura sociale, che sviluppano forme di organizzazione della materia e dell'energia.

¹⁸ Un'analogia esemplificativa non guasta: costruire case, fabbriche, chiese, teatri, scuole, ospedali, recinzioni, ecc. di una città significa usare *mattoni* fra loro uguali per *sintetizzare* "cose" *differenziate* per aspetto e per funzione. *Demolire e omogeneizzare* queste "cose" significa ridurle in mattoni tutti uguali fra loro, privi di funzioni specifiche che li rendano distinguibili gli uni dagli altri.

Ogni sistema, attenendoci alla definizione data all'inizio del paragrafo precedente, può descriversi come un particolare insieme di elementi diversi (identificabili dall'osservatore come tali), fra loro interagenti in modi riconoscibili e per quantità misurabili.

Ogni elemento del sistema individuato è, in una qualsiasi e convenzionale unità di tempo, sorgente e destinazione di certe quantità di *interazione* che variano, in generale, da elemento ad elemento. Ciò può riscontrarsi sia in sistemi prevalentemente costituiti da elementi di natura non biologica, sia in sistemi prevalentemente costituiti da elementi di natura biologica.

Nei sistemi non biologici domina il determinismo di una meccanica relativamente semplice (quella del *meccanicismo* fisico), anche quando, sotto condizioni di scala che s'impongono tanto a macrolivello quanto a microlivello, l'osservazione analitica deve, per ragioni pratiche, abbandonare descrizioni *deterministiche* per ripiegare su valutazioni statistiche e probabilistiche.

Nei sistemi biologici e sociali si osserva invece il temporaneo prevalere di un *determinismo vincolato*, il quale – pur utilizzando largamente le regole proprie del determinismo non biologico – si caratterizza come “*programma*” per la sua capacità di orientare regole *meccanicistiche* verso la formazione di insiemi di elementi sempre più *gerarchicamente* interconnessi, caratterizzati da una funzionalità specifica sempre più differenziata, fino a comporre organismi *complessi*, che si definiscono tali perché *intrinsecamente improbabili* secondo il punto di vista meccanicistico.

Alcuni di tali organismi complessi hanno inoltre la stupefacente *proprietà di evolversi* attraverso forme di crescente complessità.

Anche gli organismi più complessi sono costantemente soggetti ad eventi aleatori, che in parte sono elusi dal “*programma*” ed in parte lo modificano, e le accidentali modifiche possono o *corrompere* il programma, rendendolo più o meno rapidamente inefficace (con il conseguente disfacimento dell'organismo complesso), oppure *mutare* il programma in modo tale da rendere l'*improbabile* evoluzione dell'organismo ancora possibile mediante un processo di *adattamento*.

(Fino ad ora l'esperienza indica, purtroppo, che eventi aleatori finiscono prima o poi col corrompere quelli programmati, e che gli *adattamenti*, benché vieppiù efficaci in un ragguardevole numero di casi, finiscono alla lunga per essere soverchiati dal dominio dell'alea, che è il regno dell'entropia. In compenso, sembra oggi potersi affermare che da stati apparentemente caotici della materia e dell'energia – attraverso allontanamenti stocastici da livelli di equilibrio mai del tutto stabili – possono ricostituirsi sequenze interconnesse di processi "improbabili" e complessi, cosicché il trionfo dell'alea non dovrebbe mai considerarsi come generale e definitivo, ma soltanto *locale* e *ciclico*. La *proliferazione* delle specie viventi potrebbe prendersi come un *momentaneo* esempio di una tale possibilità).

L'organizzazione di materiali e di energie, che è propria dei processi evolutivi caratterizzati da un *programma comportamentale*, si accompagna sempre alla dissipazione della maggior parte dell'energia coinvolta, così che la quantità di *ordine* prodotto è più che controbilanciata dalla "sottoproduzione" di una quantità di *disordine*.

Per riassumere: l'intero "sistema", come per esempio definito da un organismo complesso, è sempre quello costituito dalle componenti proprie dell'organismo complesso ("sistema principale") e dal relativo "ambiente esterno" (o "resto dell'universo").

La proprietà saliente di un sistema è che tutte le sue parti sono *attive* nell'accezione più generale del termine. Un esempio banale per chiarire, riguardante un sistema non molto complesso, se paragonato ad un sistema biologico: un sasso illuminato dalla luce del sole trasforma gran parte della radiazione in calore, che trasferisce all'ambiente sia per contatto diretto, sia per radiazione elettromagnetica di frequenza diversa da quella assorbita. Parte della luce assorbita e l'interazione con l'atmosfera attivano processi chimico-fisici all'interno dello stesso sasso. In altre parole, e per i fini di questa discussione, nulla in natura è da considerarsi come elemento esclusivamente inerte e passivo.

Le interazioni attinenti al sistema sono sia quelle che si effettuano fra le componenti che identificano un organismo (cioè all'interno del "sistema principale" considerato), sia quelle che si effettuano fra le parti dell'organismo e l'ambiente esterno.

Vi è da aggiungere quell'azione che ogni elemento del sistema ha in generale su se stesso (o in se stesso), in quanto ogni elemento costituente il sistema si contraddistingue per la funzione sia di *processare* al suo interno le azioni delle quali è destinatario, sia di *generare* azioni verso altri elementi del sistema. A questo proposito, e non solo per coerenza logica, il resto dell'universo o *ambiente esterno* indirizza a sua volta parte degli effetti della sua attività *anche* su se stesso, come conseguenza dell'influenza esercitata dall'organismo sull'ambiente esterno.

E' qui da aggiungere **un'importante considerazione** circa il ruolo dell'*ambiente esterno* come elemento del sistema. L'ambiente esterno coinvolto nell'attività del sistema è *solamente* quella parte del *resto dell'universo* che risente dell'esistenza del "sistema principale" individuato.

Esistelo strumento teorico per definire e per *calcolare* la misura del coinvolgimento dell'*ambiente esterno* nell'attività del sistema, onde si chiarisce che solo una minima frazione del *resto dell'universo* entra *significativamente* a far parte del sistema stesso. In particolare, l'energia inutilizzata e dissipata dai processi svolti dal sistema viene perlopiù dispersa nell'*ambiente esterno*, ma resta in parte *catturata* sia entro quella porzione di ambiente esterno che costituisce elemento integrante del sistema, sia all'interno del "sistema principale".

L'assunto per il quale le interazioni tra elementi del sistema sono tutte identificabili e misurabili permette una descrizione semplificata del comportamento del sistema.

Nell'analizzare un qualsiasi sistema, l'osservatore concentra di solito la sua attenzione soltanto su quelle interazioni riguardanti i processi che lo interessano.

Si suppone allora che, nel descrivere per certi fini un particolare comportamento del sistema, i flussi d'interazione osservati durante un'unità convenzionale di tempo siano metodicamente misurati facendo uso di un sistema di misura che rende le interazioni omogenee, ossia fra loro comparabili (per esempio, flussi di massa, o di energia, o di forza, o di informazione, di danaro, eccetera). Come risultato, si viene così a conoscere anche l'ammontare complessivo dell'interazione (azione totale) rilevata.

Misure di questo genere possono essere ovviamente ripetute a piacimento, ottenendone risultati stabili o variabili.

Con il tradurre poi tutte le interazioni del sistema in *probabilità d'interazione*, si consegue un primo interessante obiettivo, che è quello di disporre di una *distribuzione di probabilità*, e di avvalersi perciò delle relative proprietà matematiche. Al di là dei possibili *significati* da attribuire ad una siffatta distribuzione di probabilità, è questo un accorgimento metodologico molto utile, se in particolare si desidera associare al sistema una misura di *entropia*, cioè di *disordine* comportamentale.

Dal punto di vista della trattazione *linguistica*, il significato di ogni probabilità così definita può benissimo limitarsi a quello di *percentuale d'interazione* sull'interazione totale attivata dal sistema. Non ne derivano controindicazioni logiche né semantiche.

7.1 Forma del sistema e "incertezza vincolata"

La descrizione del comportamento di un sistema dipende *in modo sostanziale* da come sono stati individuati gli elementi che lo compongono. Nell'identificare un sistema come insieme di elementi distinti, la *distinzione* in parti costituenti determina anche la distribuzione delle interazioni rilevate fra di esse.

Qualche esempio banale è pur sempre utile per chiarire ciò che intendo dire. Se si desidera esaminare il comportamento di un qualche sistema sociale umano, si può osservarlo come composto o da individui singoli, oppure da gruppi diversi di persone differenziate per categorie. Si supponga che, non importa con quale criterio e per quale fine, s'intenda rilevare le interazioni nella forma di *quantità di comunicazione* scambiata nell'arco di una settimana fra gli elementi di un tal sistema. E' evidente che l'entità complessiva dei flussi di comunicazione, pur restando complessivamente immutata durante una stessa settimana d'osservazione, si distribuisce in maniera diversa, secondo il modo di raggruppamento delle

persone, cioè secondo il modo nel quale si sono identificati gli elementi (o le *parti*) del sistema.

L'importanza di quanto appena considerato sta nel fatto che è lo stesso osservatore a determinare un primo basilare livello di *ordine* nel sistema osservato, mediante l'individuazione in esso e la definizione *morfologica* delle parti che lo costituiscono. L'osservatore, cioè, conferisce al sistema una *forma iniziale*, dalla quale dipenderanno le *misure* dei flussi di comunicazione fra gli elementi dell'organismo descritto.

Cerco ora di chiarire il significato di quanto ho appena asserito con uno schema di distribuzione di flussi, tutti unitari, fra 6 elementi di un ipotetico sistema.

Lo schema è mostrato dalla sottostante tabella, nella quale le lettere **a, b, c, d, e, f** individuano gli elementi del sistema: gli "1" posti nelle caselle orizzontali indicano l'entità dei flussi, tutti uguali fra loro, *emessi* da ciascun elemento e indirizzati agli altri elementi, mentre gli stessi "1", visti secondo le caselle verticali, indicano l'entità dei flussi che, provenienti dai diversi elementi del sistema, *affluiscono* in ciascun elemento.

1	1	1	1	1	1	→	6	a
1	1	1	1	1	1	→	6	b
1	1	1	1	1	1	→	6	c
1	1	1	1	1	1	→	6	d
1	1	1	1	1	1	→	6	e
1	1	1	1	1	1	→	6	f
↓	↓	↓	↓	↓	↓		↓	
6	6	6	6	6	6	→	36	Tot.
a	b	c	d	e	f		Tot.	

Un sistema definito in un simile modo presenta una perfetta uniformità di interazioni, dovuta all'assenza totale di informazioni a disposizione dell'osservatore circa il sistema osservato. (Attenzione: la scelta di un'interazione *uniforme* di valore "1", è qui soltanto esemplificativa. Tuttavia, per qualsiasi altro valore uniforme dei flussi d'interazione, la *probabilità uniforme* d'interazione, in un simile sistema, resterebbe espressa da 1:36).

L'entropia associabile ad un tal sistema di eventi, costituito dalla distribuzione dei flussi, è la massima possibile, quantificata da

$$H_6 = \text{Ln}(6^2) = 2 \text{Ln}6 = 2 \times 1.79176 = 3.58352.$$

Ogni elemento attivo d'un simile sistema distribuisce infatti flussi unitari a ciascun altro elemento, e ciascun elemento riceve un flusso unitario da ogni altro elemento, così contandosi 6 flussi in uscita e 6 flussi in entrata per ciascun elemento del sistema. La distribuzione delle *probabilità di flusso* relativa a tale ripartizione di flussi consta di 36 probabilità tutte uguali a 1:36. Se si applica la formula di Shannon per l'entropia (o *incertezza*) associata a questa distribuzione di probabilità si ottiene:

$$E_6 = - 36 \times (1:36)\text{Ln}(1:36) = 3.58352 .$$

L'entropia del sistema, dunque, coincide in questo caso con la massima entropia possibile per il sistema stesso, ossia con il suo potenziale entropico H_6 .

Se, invece, disponessi di qualche informazione per me significativa, che mi consentisse di raggruppare gli stessi 6 elementi in 3 altri elementi **A**, **B**, **C**, ritenuti fra loro distinti per qualche ragione, la distribuzione delle interazioni si modificherebbe, come nella successiva tabella qui sotto mostrata.

Se applichiamo a questa distribuzione la formula di Shannon per l'entropia, si ottiene:

$$E_{ABC} = - [(6:36)\text{Ln}(6:36)+(3:36)\text{Ln}(3:36)+(9:36)\text{Ln}(9:36)+(6:36)\text{Ln}(6:36)+ \\ +(2:36)\text{Ln}(2:36)+(4:36)\text{Ln}(4:36) + (3:36)\text{Ln}(3:36) + (2:36)\text{Ln}(2:36) + (1:36)\text{Ln}(1:36)] = \\ = 2.02288 .$$

Il potenziale entropico di questo nuovo sistema di tre elementi è dato da

$$H_{ABC} = \text{Ln}(3^2) = 2 \times \text{Ln}3 = 2.19722 ,$$

che è, come atteso, quantità maggiore dell'entropia E_{ABC} appena sopra calcolata. In questo caso, l'entropia del sistema *non* coincide più con l'entropia massima, ossia col potenziale entropico dello stesso sistema. La differenza fra le due grandezze, che esprimo con

$$S_{ABC} = H_{ABC} - E_{ABC} = 2.19722 - 2.02288 = 0.17434 ,$$

dà la misura della quantità di *ordine* da me introdotta nel precedente sistema di 6 elementi, trasformandolo nel sistema di 3 soli elementi mediante i raggruppamenti in **A**, **B** e **C**. In sostanza, è la misura dell'effetto del riversamento della mia *dose d'informazione* nella *descrizione* del sistema osservato.

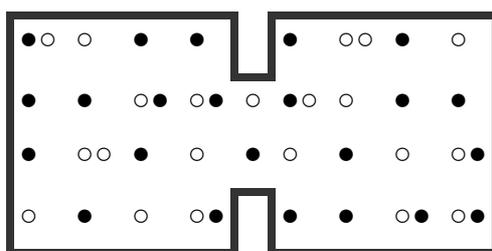
Dalle semplici considerazioni appena fatte deriva una serie di conseguenze importanti.

La prima consiste nella seguente osservazione: nello *stato* di un sistema, la "naturale" tendenza al disordine viene limitata dall'esistenza di "vincoli", che inducono il sistema stesso ad un *comportamento* tanto meno "casuale" quanto maggiore è il numero dei *vincoli* ai quali il sistema è sottoposto. Nell'esempio fatto sopra, è stata l'informazione a mia disposizione ad introdurre nel sistema osservato un vincolo di ricomposizione del medesimo in una forma

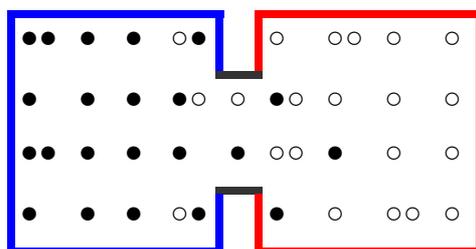
diversa, per me significativa. E, nella descrizione di un sistema, la misura di ordine ravvisata dall'osservatore rispecchia sempre *vincoli* ai quali l'osservatore sa che gli elementi del sistema devono sottostare.

Per cogliere l'importanza dei vincoli nel determinare il comportamento di sistemi reali, è opportuno fare almeno un esempio, che metta un po' in ombra il ruolo dell'osservatore, per mostrare come cause o circostanze fisiche (*vincoli*) possano promuovere una riduzione del disordine e lo stabilirsi di nette distinzioni comportamentali nella materia.

In due recipienti comunicanti si introduca un miscuglio di idrogeno e di azoto. Se la temperatura dei due contenitori è la stessa, le molecole dei due gas si mischiano casualmente, andando a distribuire la miscela in modo tendenzialmente uniforme all'interno dei due recipienti. Si veda lo schema raffigurato qui di seguito.



Se invece i recipienti sono tenuti a temperatura diversa, scaldando uno dei due, allora si vedranno le molecole dei due gas separarsi, e collocarsi la quasi totalità dell'idrogeno in uno dei due recipienti e l'azoto nell'altro, come schematizzato qui sotto.



Nel sottomettere dunque il sistema ad un *vincolo* termico, si deve da una parte impiegare energia, e se ne dissipa, per determinare la differenza di temperatura fra i due recipienti; dall'altra il sistema acquista un livello di *ordine*, dato dal differenziarsi delle posizioni delle molecole nei due contenitori secondo il tipo di gas di appartenenza. Il fenomeno è detto dell'*antidiffusione*.¹⁹

In generale, le caratteristiche delle diverse molecole di materia, che si formano in natura, fanno sì che queste rispondano in modo diverso ai condizionamenti esterni, i quali fungono da *vincoli* iniziali, che inducono le diverse particelle di materia a porsi fra loro in relazioni differenziate ed a formare così *sistemi*. A sua volta, il differenziarsi delle relazioni pone ulteriori vincoli ai successivi processi indotti sia dalle condizioni energetiche ambientali, sia dagli stati energetici dei vari gruppi di molecole in interazione reciproca.

Nelle discipline sociali ed economiche, in particolare, nel fare analisi e descrizioni del comportamento di un sistema, l'importanza dei vincoli nel necessario determinarsi di livelli di *ordine* (o di *sintropia*) viene messa in evidenza anche dalla possibilità di risolvere alcuni problemi; i quali sarebbero insolubili, se s'ignorassero i vincoli ai quali sia l'entropia sia la sintropia devono per qualche verso sottostare sempre.

7.2 Un esempio d'uso pratico dell'entropia e della sintropia

Un esempio, al di fuori della fisica, dell'uso pratico dei concetti di entropia e di sintropia sin qui illustrati riguarda l'analisi statistica di sistemi economici, e la descrizione di probabili evoluzioni di tali sistemi, come prevedibili sulla base di ipotetici interventi di politica economica. Ritengo opportuno quest'intermezzo esemplificativo, per dare evidenza

¹⁹ L'esempio fu proposto più volte da Prigogine durante le sue conferenze. Si vedano quelle raccolte in *La nascita del tempo*, Tascabili Bompiani, Milano 1994.

all'*operatività* dei nuovi concetti che sono stati introdotti, e così ridurre la dose di astrattezza che sempre si accompagna ad un'inconsueta terminologia teorica.

Un moderno sistema economico consiste, molto schematicamente, in un certo numero (generalmente molto grande) di attività produttive diverse, di risorse di manodopera e di materiali da trasformare, di un mercato *interno* (ossia interno al "sistema principale") di collocazione di una parte dei prodotti, e di un mercato *esterno* (il "resto dell'universo") dal quale attingere risorse e prodotti e sul quale, in cambio, riversare altri prodotti ed altre risorse.

L'econometria, un'utile disciplina che applica ricerche statistiche e tecniche matematiche all'analisi delle attività economiche, avviò nel secolo scorso l'uso di metodi per l'analisi quantitativa di interi sistemi economici nazionali.

Per molti anni si è adottato un famoso metodo di analisi dei grandi sistemi economici, che fu proposto dall'economista Wassily Leontief (1905-1999), e che tratta della relazione esistente fra la quantità di produzione di ogni attività economica e l'acquisto di materiali e di semilavorati necessari alla produzione stessa. Leontief, proponendo una relazione di semplice proporzionalità diretta fra ammontare dei componenti d'una produzione e la quantità della produzione, è pervenuto alla costruzione di una tabella (matrice) di *relazioni interindustriali*, caratterizzata dall'esistenza di coefficienti di proporzionalità, detti *coefficienti tecnici* di produzione, assunti come costanti nel tempo.

L'idea è semplice: per esempio, per produrre e vendere una tonnellata A di acciaio, è necessario acquistare K chili di carbone, F chili di minerale ferroso, W watt di energia, M ore di manodopera, B euro di servizi finanziari, T euro di servizi di trasporto, eccetera. Leontief sviluppa il suo metodo d'analisi assumendo che i diversi rapporti numerici definiti da $K:A$, $F:A$, $W:A$, $M:A$, $B:A$, $T:A$, eccetera, si mantengano costanti per un periodo di tempo significativamente lungo. Le quantità K , F , W , M , B e T sono a loro volta prodotti di altri settori d'attività del medesimo sistema economico.

Quindi, analoghe considerazioni valgono per qualsiasi altra attività produttiva e per qualsiasi prodotto. Si arriva in tal modo a scrivere un sistema di semplici equazioni lineari,²⁰ con le quali si descrive il sistema di relazioni che rende ogni attività collegata a tutte le altre, così che si può calcolare, per esempio, come la variazione di produzione in uno dei settori di attività influisce sull'intero sistema economico.

Quasi ovvio è aggiungere che, per poter calcolare i *coefficienti tecnici* di produzione, è necessario conoscere come il prodotto di ogni settore si distribuisce fra altri settori di attività, e quanta parte dello stesso prodotto si riversa invece sul mercato esterno. La conoscenza di tali flussi interindustriali (misurati in un arco di tempo convenzionale: per esempio semestralmente o annualmente) è il risultato di indagini statistiche, che devono essere più o meno periodicamente aggiornate.

Nell'uso dello schema di Leontief, noto come *input-output analysis*, c'è tuttavia un problema di metodo, dovuto sia all'ipotesi di proporzionalità diretta fra acquisti (fattori di produzione) e prodotto, cioè di proporzionalità fra *input* e *output*, sia all'ipotesi di costanza nel tempo dei valori dei coefficienti tecnici di proporzionalità.

L'ipotesi di proporzionalità diretta fra *input* e *output* è senz'altro accettabile quando si tratta di una sola fabbrica, di un solo tipo di servizio, di una singola attività estrattiva, e via dicendo, ma diviene viepiù discutibile, perchè meno rispondente al vero, quando un settore economico comprende molte attività sì dello stesso tipo, ma non identiche.

Il metodo di Leontief porta necessariamente a grandi raggruppamenti di attività economiche affini, i *cosiddetti settori* economici, per consentire una descrizione del sistema economico che non coinvolga più di qualche centinaio di settori diversi. Lo schema di Leontief non può mai applicarsi, infatti, ad un sistema costituito da singole attività produttive (una fabbrica, una miniera, una specifica coltura agricola, un tipo di prodotto chimico, eccetera), perché la tabella (la *matrice*) dei flussi interindustriali diverrebbe mostruosamente grande,

²⁰ Si dice che un insieme di equazioni forma "sistema" quando le incognite di una qualunque equazione dell'insieme sono incognite anche di altre equazioni dello stesso insieme. In parole più semplici: le *incognite* sono le grandezze che, nel formulare un problema, s'intende determinare. Ogni equazione, che contenga una o più delle incognite riguardate, costituisce una *condizione*, un *vincolo*, che i valori incogniti cercati *devono* rispettare.

composta da molte migliaia di elementi interagenti. Ne deriverebbe un gigantesco sistema di equazioni assolutamente non maneggiabile, neppure mediante l'impiego di calcolatori elettronici ultrapotenti.²¹ Senza tener conto delle insuperabili difficoltà che s'incontrerebbero nella rilevazione statistica dei flussi di transazioni fra ogni luogo di attività e tutti gli altri del sistema, vuoi nazionale vuoi anche soltanto regionale, essendo tali rilevazioni indispensabili – almeno inizialmente – per determinare i coefficienti tecnici relativi alla produzione d'ogni singolo centro di attività.

Una volta raggruppate attività affini, per esempio quelle della metallurgia, quelle della metalmeccanica, quelle dell'artigianato, quelle della chimica, quelle dei servizi finanziari, eccetera, e così definiti i diversi *settori* d'un dato sistema economico, la proporzionalità diretta fra *input* e *output* di ciascun settore diverrebbe, da ipotesi originariamente accettabile, una deviante forzatura, soprattutto se si pretendesse *la costanza nel tempo* dei coefficienti tecnici di proporzionalità. Tanto più che la misurazione dei flussi di *input* e di *output* deve essere fatta mediante un sistema omogeneo di misura, solitamente espresso in valori monetari. Questi ultimi, d'altronde, rispecchiano l'andamento dei prezzi, che – anche a parità di flussi misurati nelle rispettive unità naturali (tonnellate, metri, ettoltri, e così via) – è notevolmente variabile. Notoriamente, un conto è il *valore* di un fattore di produzione rispetto al prodotto, un altro conto è il *prezzo* del fattore di produzione come determinato quotidianamente dal mercato. D'altronde, o si hanno coefficienti tecnici costanti o le equazioni, nello schema di Leontief, non hanno alcun senso, né logico né matematico.

Infine, l'analisi *input-output* è "statica": introdotta un'alterazione in uno o più valori di produzione, la "risposta" del sistema economico appare come immediata. In altri termini, l'*input-output analysis* alla Leontief non contempla la descrizione di possibili evoluzioni del sistema economico descritto, come pur sarebbero attese per via delle sequenze di effetti indotti e di retroazioni, ma indica solo immediate e definitive alterazioni dei rapporti fra attività economiche.

²¹ Nel caso delle relazioni interindustriali, la risoluzione di sistemi di moltissime equazioni può presentare problemi di significatività dei risultati. In pratica, non esiste ancora un teorema matematico che individui le condizioni per le quali un sistema di equazioni nelle stesse incognite dia soluzioni *non negative*, che siano – cioè – soltanto soluzioni o positive o nulle. Le incognite cercate mediante l'*input-output analysis* esprimono valori di produzione, che dal punto di vista economico possono essere soltanto positivi o, alla peggio, nulli.

Ovviamente, come non pochi hanno fatto o proposto, un tale schema analitico può complicarsi a piacimento, mediante l'introduzione di ipotesi supplementari e con l'ausilio di varie tecniche di elaborazione matematica. In questo modo, tuttavia, lungi dal rendere il metodo più efficiente, si finisce con l'impantanarsi in un groviglio di procedure matematiche tutt'altro che maneggevoli, e sostanzialmente insensate.

L'essenza dell'idea di Leontief diviene invece straordinariamente fertile se all'analisi di un sistema economico ci si avvicina attraverso l'uso dei concetti di entropia e di sintropia. Questi concetti sono del tutto pertinenti alla descrizione di un sistema economico, che è l'aspetto vistoso dei processi di aggregazione, di organizzazione e di sviluppo di comunità umane, ossia di società biologiche.

Faccio un esempio molto schematico, per mostrare come il metodo alternativo menzionato può affrontare l'analisi e la descrizione di un sistema economico.

Si supponga di definire un sistema economico nazionale come costituito da cinque settori diversi, ciascuno raggruppante tipi "affini" di attività, e comunque ben distinti l'uno dall'altro. Una scomposizione "classica" di sistema economico in "settori" è proprio quella che riguarda i seguenti cinque settori:

1. *Settore Primario*, che raggruppa tutte le attività minerarie, agricole (allevamenti inclusi) e ittiche;
2. *Settore Secondario*, che raggruppa tutte le attività manifatturiere (compresa la produzione di energia), artigianato incluso;
3. *Settore Terziario*, che raggruppa tutti i tipi di servizio alla comunità, dalla pubblica amministrazione, ai servizi finanziari, ai trasporti e telecomunicazioni, ai servizi turistici, all'istruzione, al servizio militare, eccetera.
4. *Settore Famiglie*, o anche *Manodopera*: vi sono inclusi tutti gli individui della società nazionale, sia come fornitori di lavoro sia come consumatori di prodotti.
5. *Settore Estero*, a rappresentare tutto il "resto del mondo".

Ognuno di questi settori è formato da un tale numero di attività diverse, anche se classificabili come “affini”, da rendere insensato un approccio analitico del tipo proposto da Leontief.

Adottiamo allora un metodo diverso, di natura probabilistica, sfruttando al massimo i dati statistici dei quali è normalmente più facile poter disporre. Supponiamo che, per **ogni settore**, dei 4 settori appartenenti al “sistema principale”, si conosca quanto segue:

- (i) *il totale* (in termini monetari) del prodotto lordo semestrale;
- (ii) *il totale* degli acquisti di prodotti provenienti da altri settori fatti nello stesso periodo per trasformarli nel prodotto settoriale specifico;
- (iii) il prodotto semestrale venduto al *Settore Estero*;
- (iv) il totale semestrale dei beni e dei servizi provenienti dall'*Estero* acquistati dal settore. Le transazioni con il settore *Estero*, in entrata e in uscita, sono quindi *i soli flussi intersettoriali noti*;
- (v) il prezzo medio dell'unità di prodotto settoriale rilevato nello stesso periodo.

Si tenga conto che dati di questo genere sono in realtà normalmente disponibili, aggiornati semestralmente, o addirittura trimestralmente, dagli uffici statistici nazionali.

E'utile rappresentare la situazione con l'usuale tabella *ingressi-uscite*, come qui sotto illustrata.

Nella tabella che segue, le lettere in nero su sfondo azzurro rappresentano tutte le quantità note. La colonna D_1, D_2, \dots ecc., simbolizza i valori delle produzioni totali dei 4 settori del “sistema principale”, incluse le esportazioni rappresentate dalla colonna E_1, E_2, \dots , ecc.

La riga superiore simbolizza, con I_1, I_2, \dots , ecc., le importazioni distribuitesi fra i 4 settori principali, mentre la riga inferiore, A_1, A_2, \dots , ecc., rappresenta gli acquisti *totali* fatti semestralmente da ciascun settore “principale” per effettuare la produzione D_1, D_2, \dots , eccetera.

?	I_1	I_2	I_3	I_4	?	← <i>I_{TOT}</i> (<i>importaz. totale</i>)
E_1	?	?	?	?	D_1	← Prodotto totale Sett. 1
E_2	?	?	?	?	D_2	← Prodotto totale Sett. 2
E_3	?	?	?	?	D_3	← Prodotto totale Sett. 3
E_4	?	?	?	?	D_4	← Prodotto totale Sett. 4
?	A_1	A_2	A_3	A_4	?	← <i>Flussi Totali</i>
<i>E_{TOT}</i> ↑	Acquisti del Sett. 1	Acquisti del Sett. 2	Acquisti del Sett. 3	Acquisti del Sett. 4		

Inoltre, i punti interrogativi indicano le quantità *incognite* di prodotto vendute da ciascun settore ad ogni altro settore del sistema. I punti interrogativi su sfondo giallo, in particolare, indicano le *incognite* quantità trattenute (vendute) all'interno di ogni settore, in quanto necessarie alla produzione del settore stesso. Il punto interrogativo in color rosso nella prima casella in altro a sinistra indica il flusso *incognito* di produzione che il settore *Esterio* trattiene per sé, come produzione interna indotta dalle quantità distribuite ai 4 settori del "sistema principale" e di quelle da questi esportate. I punti interrogativi, su sfondo ocra agli altri tre angoli del triplice riquadro, rappresentano 3 totali *incogniti*.

Si supponga, dunque, che null'altro si conosca, oltre ai *dati* indicati nella tabella ed ai prezzi medi menzionati al punto (v) del precedente elenco.

Nel caso di un sistema economico, è lecito ammettere l'esistenza, per ogni elemento del sistema, di una *pulsione a produrre* in vista di un *beneficio atteso*, che potremmo chiamare

“movente” oppure “intento”, e che il beneficio medio atteso - per ogni unità di prodotto distribuita fra i settori - sia rappresentabile come una grandezza funzione del *prezzo unitario medio* del prodotto stesso, onde le interazioni fra i diversi settori si distribuiscono in un certo modo piuttosto che in qualunque altro. Possiamo cioè supporre, alla luce dei dati oggettivi noti, che i flussi di transazioni (le *interazioni*) fra i 5 settori definiti non siano casuali; perché altrimenti quegli stessi dati, elencati sopra in (i), (ii), (iii), (iv), non avrebbero motivo di modificarsi nel tempo e, in termini di probabilità di flusso, rispecchierebbero sicuramente una distribuzione di interazioni sostanzialmente uniforme.

Naturalmente, sappiamo tutti benissimo che produrre qualsiasi cosa, da un frutto della terra ad un'ora di lavoro, ha uno scopo economico ben chiaro, qui riassunto nel concetto di *ricerca di un beneficio necessario* o anche semplicemente *atteso*.

L'aspetto interessante del nuovo approccio, come la teoria rigorosamente dimostra, è il seguente: una volta assegnata e simbolizzata matematicamente la quantità media di “movente” (in generale diverso da flusso a flusso), o di “intento”, che è lecito associare ad ogni unità di flusso emessa e distribuita da ciascun settore, si perviene alla determinazione

- (a) di tutti i *più probabili* flussi d'interazione (incogniti) fra i diversi settori, compresi i flussi interni a ciascun settore e, in particolare, compreso il flusso interno al settore *Estero*, calcolato come *probabile* effetto indotto in questo dall'attività del sistema economico individuato;
- (b) alla conseguente quantificazione dell'intera produzione del sistema, che include il totale della produzione del settore *Estero*, nella misura riguardata dall'esistenza del “sistema economico” individuato;
- (c) alla definizione di una procedura logica atta a descrivere **tutti** i *più probabili* processi evolutivi ai quali il sistema economico potrebbe trovarsi sottoposto.

Tutto questo è possibile come *stima di probabilità*, cioè nella forma di un *calcolo probabilistico*, che si effettua vincolando la ripartizione dei flussi fra i diversi settori al rispetto dei dati che ci sono obiettivamente noti, e ammettendo che, per causa di quanto *non* ci è noto, la distribuzione delle probabilità di flusso è sì affetta da una relativa *incertezza (entropia relativa)*, ma trattasi di un'incertezza soggetta ai *vincoli* posti dall'*informazione certa* riguardante il sistema.²² Si può anche esprimere ciò asserendo che i dati noti impongono una *quantità certa di ordine* (o di *sintropia*) nell'attività del sistema, in quanto la ripartizione delle interazioni deve sottostare a *vincoli ineludibili*.

L'importanza pratica di quanto appena affermato - circa l'analisi di un sistema economico - si può forse meglio cogliere mediante un confronto sommario fra l'approccio *deterministico* di Leontief e l'approccio *probabilistico*, che ricorre all'uso dei concetti di "entropia" e di "sintropia".

Il metodo di Leontief richiede che si determinino i cosiddetti "coefficienti tecnici di produzione". Si tratta di un numero di valori "costanti" (tali per ipotesi) pari al quadrato del numero dei settori economici del sistema.

Se, come da precedente esempio, si aggregano le attività d'un paese in 5 settori economici distinti, il numero di coefficienti tecnici "costanti" da determinare è pari a 25. Per poterli calcolare occorre prima un'indagine statistica che *rilevi in modo diretto*, cioè *sul campo*, i 25 flussi di transazioni fra tutti i settori. Solo in questo modo può predisporre l'uso del metodo di Leontief, che è finalizzato - nel caso di maggiore efficienza d'uso - alla determinazione di 4 prodotti settoriali *incogniti*, datone per noto uno soltanto.

Per riassumere, il metodo necessita di almeno 26 dati certi per determinare 4 incognite al massimo.

²² Ciò corrisponde alla formulazione di un classico problema di analisi matematica, noto come *ricerca del massimo di una "funzione" di più variabili, vincolato* al rispetto di un certo numero di equazioni coinvolgenti le variabili proprie della "funzione" considerata. In questo caso la "funzione" è l'entropia e le sue variabili sono le probabilità di flusso fra i settori del sistema.

Inoltre, tale metodo non permette alcuna simulazione logica dei probabili processi evolutivi del sistema, e, aspetto da non trascurarsi, richiede un periodico laborioso aggiornamento e ricalcolo dei *coefficienti tecnici*.

Il metodo di Leontief, e altri ad esso simili, si basano sul presupposto che un sistema economico tende sempre all'equilibrio, cosicché una qualunque alterazione accidentale o programmata allo *status quo* trova nel sistema stesso il meccanismo di riequilibrio.

Per il metodo *probabilistico*, basato sull'uso formalizzato dei concetti di *entropia* e di *sintropia*, ogni sistema economico è invece un sistema intrinsecamente instabile, ed il rapporto fra dati certi e incognite da determinare è notevolmente inferiore al rapporto fra dati e incognite relativo al metodo dell'*input-output analysis* fondato da Leontief.

Con riferimento allo stesso ipotetico sistema di 5 settori economici, al metodo *probabilistico* sono necessari i 16 *dati* simbolizzati su fondo azzurro nella precedente tabella, più 16 "benefici medi attesi" (questi sono gli *intenti* che promuovono le transazioni e che costituiscono la *struttura* del sistema). Le *incognite* determinabili, sulla base di questi 32 dati, sono 20 *flussi probabili*, che includono sia interazioni fra i diversi settori sia flussi totali.

A confronto fatto su un sistema minimo di soli 5 elementi, possiamo riassumere così: per l'*input-output analysis* il rapporto fra i 26 dati certi necessari e le 4 incognite (al massimo) da determinare è $26:4 = 6.4$ (media di **6.4** dati per ogni incognita). Per il *metodo probabilistico*, il corrispondente rapporto è invece $32:20 = 1.6$ (soltanto **1.6** dati in media per incognita). Entrambi i metodi si basano sulla soluzione di sistemi di equazioni lineari.²³

Si immagini perciò come crescono i vantaggi con l'ampliarsi delle dimensioni del sistema. Per un altro ipotetico sistema composto, diciamo, di 50 elementi interagenti, al

²³ Un numero N di equazioni diverse fra loro, ma tutte coinvolgenti incognite di uno stesso insieme, costituiscono un sistema algebrico che è risolubile - e dà risultati univoci - soltanto se N è anche il numero delle incognite da determinare. Per la soluzione di tali equazioni, l'algebra impone che siano *dati* $N^2 + N$ parametri costanti, detti "coefficienti del sistema". Se, invece, il numero delle equazioni disponibili è inferiore al numero delle incognite da determinare, allora le soluzioni possibili (ossia i valori attribuibili alle incognite) sono *non univoche*, perché ne sono possibili infiniti insiemi diversi. Il metodo *probabilistico* qui considerato è tale da fornire soluzioni "univoche" ad un sistema con un numero di equazioni inferiore al numero delle incognite: ma il punto da cogliere è che, sebbene *univoche*, si tratta in questo caso non di soluzioni certe, ma soltanto di soluzioni che hanno, nel contesto considerato, la *maggior probabilità* di esser quelle vere.

metodo *deterministico* occorrerebbero almeno 2501 dati certi per calcolare 49 incognite al massimo (media di $2501:49 = 51.04$); mentre all'approccio *probabilistico* sarebbero necessari 2597 dati per calcolare 2405 incognite (media di $2597:2405 = 1.08$).

Infine, ed è questa la considerazione più importante, una benché minima – purché *irreversibile* – alterazione, o registrata o ipotizzata, nella distribuzione dei flussi economici fra i settori dà modo al nuovo metodo di avviare la descrizione (o la *simulazione*) matematica di un processo evolutivo, fino alla trasformazione della struttura dell'intero sistema.

Sono affermazioni, queste, che ovviamente richiedono l'esposizione completa del trattato logico e matematico che le dimostra come vere.²⁴ In questa sede bisogna invece che io mi limiti alle enunciazioni, con quei pochi chiarimenti che appaiono necessari a far almeno intuire di che cosa si sta parlando.

8. L'evoluzione sintropica di un sistema

La caratteristica saliente del metodo probabilistico prima tratteggiato sta nel considerare qualsiasi sistema come *non passibile* di equilibrio *definitivamente* stabile.

Questo approccio analitico si basa sul principio per il quale ogni sistema di eventi è un inarrestabile processo "dialettico" fra *disordine* e *ordine*, fra *entropia* e *sintropia*. Gli equilibri rilevabili in un sistema in evoluzione sono da considerarsi sempre come *intrinsecamente instabili*, come *stasi incidentali ed effimere*.

Ho prima voluto indugiare sull'esempio riguardante un ipotetico (e molto schematico) sistema economico, perché i sistemi economici sono, fra quelli alla portata della nostra esperienza, gli esempi ad un tempo più semplici e più vistosi di processi evolutivi intrinsecamente instabili.

²⁴ Per un'esposizione della teoria, con esempi di applicazioni possibili, vedasi Mario Ludovico, *L'evoluzione sintropica dei sistemi urbani*, Bulzoni, Roma 1988-1991.

Per fini di esemplificazione proseguo dunque con l'esempio precedente, con l'ipotetico sistema economico formato da 5 settori. La distribuzione dei flussi di prodotti fra i cinque settori (le *interazioni* del sistema) possono oscillare di poco attorno a valori medi, se le variazioni dei prezzi si alterano di poco e si compensano, oscillando a loro volta attorno a valori medi secondo alterazioni definibili come "stagionali" in un senso molto ampio. Un banale esempio di alterazione stagionale dei prezzi è quello dei prodotti ortofruttili, a seconda che siano prodotti "di stagione" o "primizie". Altri esempi di variazioni stagionali si possono registrare nei servizi turistici, o nella produzione di alcuni materiali per costruzioni, o nelle vendite di autoveicoli, eccetera. Alterazioni di tal genere non modificano sostanzialmente l'attività generale del sistema, che può pertanto considerarsi in uno stato di equilibrio, fintanto che le oscillazioni dei prezzi e dei flussi intersettoriali aumentano o diminuiscono di poco attorno a valori medi, praticamente costanti almeno per qualche tempo.

Il sistema rivela la sua *intrinseca instabilità* non appena il prezzo o la domanda di un bene, o di un prodotto, si altera in modo irreversibile. Ciò comporta alterazioni irreversibili anche nei valori dei prodotti complessivi di altri settori. L'analisi della catena di conseguenze derivanti da simili eventi è di stretta pertinenza dell'approccio probabilistico prima delineato.

Per quanto modesta, dunque, possa essere l'alterazione di un prodotto settoriale o di un flusso intersettoriale, *se l'alterazione non regredisce*, come invece accade per oscillazioni di flussi e di prodotti totali attorno a valori medi *grosso modo* stabili, allora si avvia un irreversibile processo evolutivo del sistema.

L'analisi dispone delle equazioni atte a calcolare e a descrivere il generale cambiamento che si mette in moto nel sistema, prima registrando le modificazioni della distribuzione interna delle interazioni, poi calcolando una serie di *necessarie* trasformazioni nella stessa struttura del sistema, secondo un processo "drammatico", che si sviluppa per cicli e sotto imminente rischio di disfacimento del sistema.

Detto in modo semplice, le vere *trasformazioni* del sistema sono quelle che riguardano la sua *struttura*, cioè quell'insieme di *attese* (gli *intenti*) che costituisce il motore di tutte le attività. Trasformazioni della *struttura* sono necessarie per la sopravvivenza stessa del sistema.

Lo sviluppo di questo metodo d'analisi mostra come l'evoluzione di un sistema sia caratterizzata da un altalenante andamento del suo contenuto di *entropia*. Si osserva come un ciclo evolutivo raggiunga il suo acme con un *collasso* o del livello di entropia o del livello di sintropia, al quale il sistema *deve* rispondere: **(a)** o con una trasformazione della sua struttura, che ad esso consenta di *ristabilizzarsi* – sia pure momentaneamente – ad un diverso livello di organizzazione interna (cioè di diversa *sintropia*), **(b)** o con la sua *scomparsa*.

Se non s'interrompe per catastrofe, il processo evolutivo di un sistema consiste nel suo passaggio da ogni *fase stazionaria*, che è di equilibrio più o meno labile stabilitosi ad un certo livello di sintropia, a successive fasi stazionarie, ognuna caratterizzata da un livello di sintropia diverso da quello della fase stazionaria precedente.

Tali passaggi avvengono attraverso una sequenza di *fasi di transizione*, nelle quali si operano cambiamenti nella distribuzione (*configurazione*) delle interazioni fra gli elementi del sistema, senza però immediati cambiamenti nella sua struttura; fino al raggiungimento di una fase critica, nella quale anche la struttura deve trasformarsi per adattarsi alla sopravvenuta riconfigurazione delle interazioni. Questa è la fase che conclude ogni ciclo, dei molti cicli possibili nell'evoluzione del sistema, ed è *critica* perché o si accompagna ad una modifica della struttura, ossia ad una trasformazione dell'insieme di *attese* associate ai flussi d'interazione, o è seguita dal *disfacimento del sistema*.²⁵

E' la trasformazione della struttura del sistema a ricomporre un equilibrio stazionario, ma sempre labile; fino a quando nuove *alterazioni irreversibili* nella distribuzione delle interazioni non avviano un nuovo ciclo di trasformazione.

²⁵ La struttura che "salva" il sistema è sempre calcolabile, o in funzione della configurazione dei flussi d'interazione della fase critica, o in funzione della configurazione di una fase di transizione precedente. La possibilità di scegliere l'opportuna fase per una trasformazione nella struttura del sistema è molto importante nelle attività di pianificazione, perché la simulazione analitica può in tal modo individuare quelle componenti del sistema la cui attività va incentivata per assicurare il conseguimento dei massimi livelli di sintropia.

L'evoluzione è un *processo di sviluppo*, se cresce il livello di sintropia allo stabilirsi di ogni nuova fase stazionaria. L'evoluzione è invece un *processo di decadenza*, se i nuovi livelli di sintropia si abbassano.

C'è infine la possibilità che l'evoluzione si svolga secondo processi di sviluppo alternati a processi di decadenza, con l'alternarsi di incrementi e di decrementi nei livelli di sintropia nelle fasi stazionarie di equilibrio labile.

L'analisi mostra anche come ad ogni livello di maggior *sintropia* corrisponda anche una maggiore *stabilità del sistema*, intesa questa come *minore probabilità* di perdita del grado d'organizzazione conseguito.²⁶ Si tratta di un risultato importante, perché tutto induce a ritenere che nella *crescente stabilità* di un sistema consista *il fine della sua complessità*.

Come già considerato in precedenza, infatti, maggior *sintropia* significa maggiore complessità del sistema, la quale si manifesta in una più ampia gamma di attività diverse, differenziate per funzione, e perciò interconnesse e vincolate da una maggiore interdipendenza. Un aspetto significativo della *complessità* d'un sistema è che più alti livelli di complessità permettono un maggior grado di *autonomia* del sistema rispetto al "resto dell'universo". *Grado d'autonomia* di un sistema significa anche *capacità di efficace risposta autoprotettiva* ad eventi interni o esterni - immanenti o accidentali - forieri di perturbazioni dannose per il sistema.

Il differenziamento delle funzioni fra gli elementi attivi di un sistema comporta una *specializzazione crescente* delle funzioni stesse. Il grado di complessità conseguibile ha un suo limite nel "potenziale entropico" del sistema, perché questo dipende appunto dal numero delle *diverse* funzioni esplicate dai *diversi* elementi che lo costituiscono.

Quando la *sintropia* del sistema si avvicina molto al massimo valore inizialmente consentito, quando cioè il valore della sintropia si approssima a quello del "potenziale entropico", il sistema entra in una fase di *relativa stagnazione*, che s'interrompe soltanto per

²⁶ A proposito di "stabilità" di un sistema complesso, si veda il successivo paragrafo 8.1 .

l'emergere – accidentale o programmato - di *una nuova funzione* (di un nuovo genere di attività) non inerente alle caratteristiche morfologiche iniziali del sistema.

Un'*emergenza* di questa natura comporta una *mutazione* del sistema accompagnata di solito da un improvviso aumento della sua *entropia*. Donde pure un'improvvisa perdita di equilibrio con possibile avvio di un nuovo processo evolutivo, che da questo momento, però, riguarda un sistema *diverso* da quello inizialmente descritto.

Se, riprendendo l'esempio, si tratta di un sistema economico di 5 settori, nel quale l'energia è un bene prevalentemente importato dall'*Estero*, una *mutazione* potrebbe avere a che fare con un *emergente* sesto settore caratterizzato da un rapido sviluppo e diffuso impiego locale di energia *tutta* prodotta mediante *fusione atomica*, con conseguente rivoluzione indotta sia nella tecnologia industriale sia nei consumi. Avremmo in tal caso una "mutazione progressiva", associata ad un processo evolutivo indirizzato verso una crescente complessità del sistema.

Può tuttavia accadere che l'*emergenza* riguardi invece l'*attenuarsi*, fin quasi alla *scomparsa*, delle interazioni fra un certo settore e tutti gli altri settori del sistema, dovuta ad un rapido affievolirsi dell'importanza relativa di quel certo settore di attività (o elemento del sistema). Ciò significa che quel settore (o elemento) diviene sempre più isolato dagli altri settori (o dagli altri elementi) e pertanto sempre meno essenziale all'esistenza del sistema. Un evento di questo genere può assumere vari aspetti, riguardanti situazioni e circostanze fra loro anche assai diverse.

Se è vero che la riduzione del numero di attività differenziate abbassa il potenziale entropico di un sistema economico, è altrettanto vero che a tale minor potenziale entropico corrisponde sia una minore stabilità del sistema sia un minore potenziale di sviluppo. In effetti, una diminuzione del numero di attività differenziate implica una vera e propria *mutazione regressiva* del sistema.

(Nella storia contemporanea, per tornare agli esempi, si sono spesso osservati paesi in condizioni di arretratezza, inizialmente protesi verso uno sviluppo socio-economico moderno

e articolato, che – ad un certo momento – hanno trasformato drammaticamente le rispettive economie accentrando le proprie risorse umane e finanziarie in attività di due o tre tipi soltanto, e di una stessa natura: o in attività estrattive, per esportare petrolio e altri minerali, o in coltivazioni estensive, per esportare cotone, canna da zucchero, olio di palma o analoghi prodotti. Si è trattato di politiche potenzialmente disastrose, e quasi sempre rivelatesi tali, perché fondate su una definitiva dipendenza di quei sistemi economici dall'andamento dei mercati *esterni*, destinatari principali della limitata varietà dei prodotti caratteristici.²⁷)

Per un sistema, il grado di dipendenza dall'*esterno* è anche una misura della sua vulnerabilità e della fragilità della sua esistenza.

Fra le conclusioni interessanti offerte dalla teoria dei sistemi sintropici c'è quella relativa al significato *concreto* della quantità che definisce, appunto, la *sintropia* di un sistema. Se si indica con F la somma di tutti gli **effetti attesi** in associazione con la somma T di tutte le interazioni fra gli elementi del sistema, la sintropia S del sistema è *anche* esprimibile con $S = F:T$.

E' ancora opportuno chiarire con un esempio il significato di questa semplicissima formula; se si tratta di un sistema economico, allora S (la *sintropia*) esprime il *beneficio medio atteso* per unità d'interazione attivata dagli elementi del sistema stesso.

A fianco di entropia e di sintropia, è il caso di menzionare l'esistenza di altri *indicatori*, atti a caratterizzare le condizioni nelle quali si trova un sistema in ognuna delle varie fasi della sua evoluzione. Si tratta dei cosiddetti *parametri di fase*, utili – soprattutto nelle pratiche applicazioni della teoria – per una valutazione dell'*efficienza* di un'evoluzione progressiva, o della *dannosità* di un'evoluzione regressiva subita dal sistema. Infatti, tanto un progresso quanto un regresso nell'organizzazione del sistema può comportare *costi* diversi, che rendono il progresso più o meno efficiente o il regresso più o meno dannoso. Uno di tali

²⁷ Grandi organismi finanziari internazionali, istituiti per promuovere o sostenere lo sviluppo di paesi arretrati, sono stati e sono tuttora corresponsabili di tal genere di politiche, che, da essi spesso incoraggiate, vengono “giustificate” da un

parametri, denominato “*grado di logoramento*”, dà – per esempio – una misura della dissipazione delle risorse utilizzate nel processo evolutivo, in termini di quantità complessiva di entropia prodotta durante le varie fasi del ciclo. Parametri di fase sono anche lo *stress*, il *fevere*, ed altri, ognuno con una sua specifica utilizzabilità.

8.1 Sintropia, stabilità, e “caos” impossibile

Ho prima accennato alla “stabilità” di un sistema come a grandezza collegata alla “sintropia”. Ritengo utile soffermarmi sull’argomento, anche per evitare possibili fraintendimenti.

Ogni sistema complesso, si è detto, può vedersi come insieme di elementi interagenti. Ciascun elemento da un lato genera interazioni e, dall’altro, è destinatario di interazioni generate da altri elementi dello stesso sistema.

Indichiamo con il termine inglese “*output*” il **totale** delle interazioni generate da ciascun elemento del sistema, e con il termine “*input*” (sempre inglese) il **totale** delle interazioni delle quali ciascun elemento è destinatario. Nell’esempio precedente del sistema economico di 5 elementi (“settori”), gli *output* sono stati simboleggiati con le “*D*”, e gli *input* con le lettere “*A*”, affette tutte da un pedice numerico per indicarne l’elemento (“settore”) di appartenenza.

L’**insieme** delle quantità “*D*” ed “*A*” è detto “**base del sistema**”.

La “stabilità” del sistema dipende dalla configurazione della *base*, cioè dalla distribuzione dei valori settoriali di *output* e di *input* in rapporto al valore totale dell’attività del sistema. E’ evidente che – dato un qualsiasi sistema di elementi in interazione – la somma degli *output* eguaglia sempre la somma degli *input*. Vale la pena di spenderci qualche semplice formula, e simbolizzare l’affermazione appena fatta con le uguaglianze

$$\sum_{i=1}^N D_i = \sum_{i=1}^N A_i = T$$

complesso di dottrine economiche e di modelli di sviluppo fondati su postulati logicamente incoerenti, oltre che arbitrariamente adottati.

dove T indica appunto il totale delle interazioni che animano il sistema, e N è il numero complessivo degli elementi (o settori) del sistema, incluso ovviamente “il resto dell’universo”. Possiamo ora dividere per T i tre membri delle due uguaglianze appena scritte, ad ottenere

$$\sum_{i=1}^N \frac{D_i}{T} = \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{T} = 1.$$

Abbiamo in questo modo definito **due distribuzioni di probabilità**, riguardanti una le *probabilità di output* (i rapporti $\frac{D_i}{T}$), e l’altra le *probabilità di input* (i rapporti $\frac{A_i}{T}$).

A ciascuna delle due distribuzioni di probabilità si può pertanto associare un’*entropia* (o *incertezza statistica*). Chiamiamo *entropia di output* la prima delle due, espressa dalla formula

$$E_{out} = - \sum_{i=1}^N \left(\frac{D_i}{T} \ln \frac{D_i}{T} \right),$$

ed *entropia di input* quella espressa da

$$E_{in} = - \sum_{i=1}^N \left(\frac{A_i}{T} \ln \frac{A_i}{T} \right).$$

La **somma** di queste due entropie è detta “**entropia basale del sistema**”, rappresentata con E^* , onde si scrive

$$E^* = E_{out} + E_{in}.$$

Nel precedente paragrafo **6** è stato introdotto e definito il “potenziale entropico” del sistema espresso dalla relazione

$$H = 2 \operatorname{Ln} N.$$

Esiste pertanto anche una “**sintropia basale**” S^* del sistema espressa dalla differenza fra il potenziale entropico H e l’*entropia basale* E^* . Dunque

$$S^* = H - E^*.$$

Si dimostra che tale grandezza misura il grado di **stabilità** del sistema, e la precedente relazione può anche scriversi

$$S^* = \operatorname{Ln} \left(\frac{N^2}{e^{E^*}} \right),$$

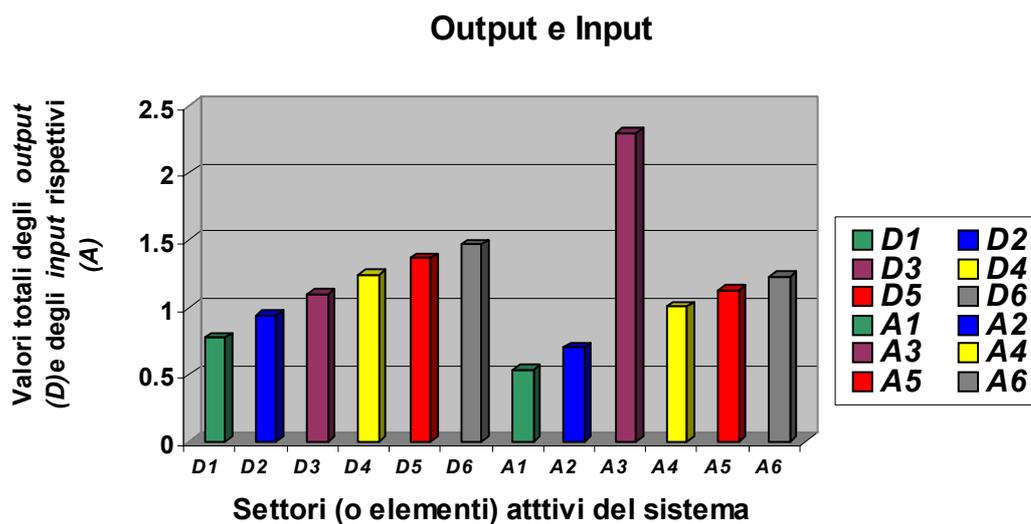
con N numero degli elementi del sistema ed E^* entropia basale.

La stabilità di un sistema tende dunque a crescere sia con il numero dei *diversi* elementi che lo compongono, sia col diminuire dell’entropia basale. A questo proposito va osservato che la *complessità* di un sistema aumenta col numero N dei suoi *diversi* elementi.

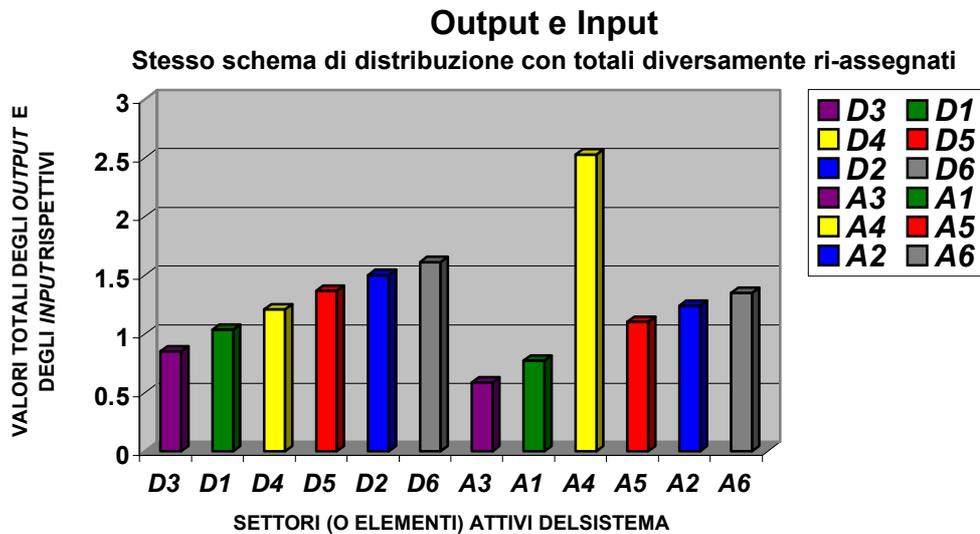
Si dimostra anche facilmente che la *sintropia basale*, o *stabilità*, cresce generalmente con il crescere della sintropia S dell’intero sistema. Tuttavia, la *stabilità* (che è soltanto quella misurata dalla “sintropia basale”) può restare immutata per vari livelli di sintropia S associata alle interazioni fra gli elementi del sistema.

Le distribuzioni degli N^2 flussi d'interazione fra gli N settori del sistema possono variare anche molto, senza però che muti lo schema distributivo di quelle N quantità che – sommando i flussi – danno ognuna il totale *delle interazioni* nella forma di *output* o di *input* pertinente a ciascuno dei settori (o elementi) attivi del sistema. Ogni *output* totale, così come anche ogni *input* totale, è una somma, che può restare immutata modificando in infiniti modi la combinazione degli addendi che la determinano.

Immaginiamo un sistema di 6 elementi diversi (cioè con $N=6$), per il quale i 6 *output* ed i 6 *input* rispettivi hanno una distribuzione come quella mostrata dalla tavola qui sotto:



Lo schema di ripartizione di *output* e di *input* sopra mostrato può restare invariato, in quanto *schema* distributivo di *produzione* e *consumo* di flussi, anche se per alcuni settori variano le relative quantità di *output* e di *input*. Si veda l'esempio, dato dal grafico che segue, di alterazione apportata alla distribuzione delle quantità assegnate agli stessi settori:



In questo secondo schema di distribuzione, gli *output* e gli *input* totali del settore 1 (D_1 e A_1 , rispettivamente) sono attribuiti al settore 3, quelli del settore 2 sono attribuiti al settore 1, e via dicendo. Quel che rimane immutato è il modo nel quale le quantità, pur se tutte aumentate – in quest’esempio – nella stessa misura del 10%, mantengono lo *schema di ripartizione percentuale dell’attività totale T* del sistema. Ciò è quanto è necessario e sufficiente a far restare invariate anche l’*entropia basale E** e la complementare *sintropia basale S**, e dunque anche la *stabilità* del sistema.

La correttezza di quest’affermazione è facilmente intuibile, considerando che le ripartizioni di *output* e di *input* mostrate dai due grafici rispecchiano identici schemi di *distribuzione numerica* delle probabilità, che è quanto conta perché le *entropie* ad esse associate siano pure identiche fra loro.

Il significato di quest’ultimo esempio sta nel mostrare come gli elementi di un sistema complesso possano scambiarsi l’importanza dei rispettivi ruoli, senza che ciò pregiudichi la stabilità del sistema. Ovviamente, può pure accadere che lo scambio dei ruoli modifichi la stabilità del sistema se, per via dello scambio, si modifica *lo schema numerico* di distribuzione percentuale di *output* e/o di *input* rispetto all’*output* totale T del sistema.

Vale ora la pena di soffermarsi su un'importante implicazione dell'equazione che definisce la stabilità S^* di un sistema.

Supponiamo che si tratti di un sistema *senza ordine interno*, così definito quando la probabilità d'interazione fra i suoi elementi è la stessa per tutti gli elementi, come nell'esempio del sistema di 6 elementi rappresentato dalla prima tabella del paragrafo 7. La *base* di un tale sistema ha distribuzioni di *probabilità di output* e di *probabilità di input* alle quali possono associarsi, rispettivamente due identiche *entropie* ciascuna espressa da

$$E_{out} = E_{in} = -\sum_{i=1}^N \left(\frac{N}{N^2} \ln \frac{N}{N^2} \right) = -N \frac{N}{N^2} (\ln 1 - \ln N) = \ln N,$$

essendo, nel particolare esempio considerato, $N = 6$. In questo caso, dunque, le entropie delle due *semibasi* sono fra loro uguali.

Si è prima visto che l'*entropia basale* E^* del sistema è data dalla somma delle due entropie E_{out} e E_{in} , e dunque, in questo caso, da

$$E^* = E_{out} + E_{in} = \ln N + \ln N = 2 \ln N.$$

C'è qui subito da osservare, quando lo stato del sistema è quello di "massimo disordine", che l'entropia massima del sistema $H = 2 \ln N$ coincide con l'entropia basale E^* .

Per la definizione, introdotta sopra, di *stabilità* S^* del sistema, si ha allora che, nel caso di un sistema caratterizzato da *massimo disordine* (o da *massima entropia*), la **stabilità** risulta data da

$$S^* = H - E^* = 2 \ln N - 2 \ln N = 0,$$

Si tratta di un risultato notevole, perché mostra che il **“caos” ha stabilità nulla**. In altre parole, nessun sistema può entrare, né tanto meno permanere, in uno stato di totale disordine: è proprio il “caos” (paradossalmente?) a possedere la massima instabilità assoluta.

Qui si chiarisce il concetto di *“massimo disordine”*: questo, se fosse possibile, sarebbe caratterizzato dall'assoluta uniformità dei comportamenti e dalla totale mancanza di caratteri distintivi, che renderebbero ogni elemento del sistema privo di un ruolo riconoscibile ed esente da condizionamenti rilevabili. Si tratterebbe, cioè, di uno *stato di anomia* totale.

Si esprime così, per via logica, la condizione per la quale gli elementi di un qualsiasi sistema hanno un'intrinseca tendenza a costituire strutture d'ordine, nelle quali gli elementi differenziano i rispettivi ruoli. Quale che sia la natura e lo stato di un sistema, i suoi elementi, se in qualche modo attivi, tendono a mostrare affinità e differenze di condizione o di attività, che finiscono per determinarne aggregazioni o separazioni, con conseguenti alterazioni nell'intensità e nella distribuzione delle interazioni rispettive. Queste alterazioni, a loro volta, stabiliscono vincoli di comportamento per tutti gli elementi e per tutte le attività del sistema, dando così avvio ad una crescente complessità delle relazioni.

Sono considerazioni che lasciano anche intuire come *labile* debba sempre considerarsi un qualunque stato di apparente equilibrio. Lo stesso concetto di *stabilità* viene perciò ad assumere un significato più preciso, definitivamente diverso dal concetto di *staticità* solitamente associato all'idea di “equilibrio”.

A questo proposito devo ricordare le obiezioni del fisico Josef Loschmidt (1821-1895) e del matematico Ernst Zermelo (1871-1953) al teorema di Boltzmann sull'entropia.

Pur convinto della necessità di un'interpretazione molecolare dell'entropia, Loschmidt basò la sua obiezione sull'invarianza delle leggi della meccanica rispetto all'inversione del tempo, onde al processo che conduce un sistema ad uno stato di equilibrio e di massima entropia deve corrispondere la possibilità di un processo inverso, con sequenze di stati ad entropia decrescente.

L'obiezione di Zermelo si basava invece su un teorema provato da Jules-Henri Poincaré (1852-1912): questo teorema dimostra che ogni configurazione di particelle interagenti

tramite forze dipendenti dalle posizioni si ripresenta quasi uguale a se stessa, con un'evoluzione quasi periodica. Il teorema esclude così la possibilità di dimostrare l'irreversibilità sulla base delle leggi della meccanica classica, perché ogni stato tende necessariamente a ripresentarsi uguale a se stesso, alternativamente, dopo determinati periodi di tempo.

Boltzmann rispose a Zermelo osservando che il tempo necessario ad un sistema macroscopico per compiere un intero ciclo e tornare allo stato iniziale è più lungo dell'età dell'universo: così da rendere irrilevante l'importanza pratica dell'obiezione.

Le obiezioni alla teoria dell'entropia *sempre crescente* hanno lasciato tuttavia fondati dubbi sull'irreversibilità dei processi fisici, fino a riproporre tutta la questione sotto l'approccio analitico della teoria del caos.

Alla luce di quanto precede appare dunque appropriato rimuovere l'idea che uno stato di equilibrio entropico costituisca lo *stato finale* di un processo fisico. Anzi, le potenzialità di cambiamento crescono rapidamente con l'approssimarsi di un sistema ad una condizione di *massimo* disordine, perché questo è anche uno stato di massima instabilità, dal quale necessariamente si avviano processi evolutivi *sintrropici*, cioè ad entropia decrescente, verso una *crescente stabilità*, come questa è consentita dalla *complessità* alla quale tende la configurazione del sistema. Ciò va considerato, tuttavia, al di là dei tempi *pratici* implicati, tenuto conto della sensatezza della risposta di Boltzmann alle obiezioni mossegli.

In un processo evolutivo, la stabilità di un sistema consiste nella *conservazione delle funzioni e delle connessioni fra i ruoli* svolti dagli elementi attivi, piuttosto che nel mantenimento di ogni elemento in uno stesso ruolo. In un sistema complesso tendono a conservarsi soprattutto *le funzioni e le connessioni*, mentre ogni elemento attivo, che si ritrova a svolgere un particolare ruolo, può essere rimpiazzato nel sistema da un altro elemento di natura anche diversa, purché capace d'inserirsi nel ruolo che assicura il mantenimento della funzione. Ciò chiarisce pure in qual senso debbano intendersi fra loro "differenziati" gli elementi attivi di un sistema.

La tendenza *sintropica*, dunque, si mostra naturalmente spontanea e insopprimibile, benché forse meno impellente della tendenza *entropica*. Risulta pure evidente l'immanenza di una naturale "dialettica" fra entropia e sintropia, proprio come evidente è l'impossibilità di dare forma e significato a qualsiasi idea di "ordine" senza riferimento alcuno ad una complementare idea di "disordine".

9. Conclusioni

Ogni forma di conoscenza è legata all'uso di linguaggi. Sono questi che ci permettono rappresentazioni mentali e materiali della realtà fisica del mondo col quale, tramite i sensi, siamo in contatto: nel quale, anzi, siamo pienamente immersi.

La nostra innata tendenza a ravvisare regolarità, o norme, nell'andamento di ogni evento percepito o osservato appartiene alle tendenze intrinseche del cosmo, che è ciò che percepiamo come tale (*κόσμος*, "ordine universale") in contrapposizione a quanto ci è ancora incomprensibile o non percepibile come "ordine" o come "regolarità".

Osserviamo di continuo il formarsi di sistemi fisici complessi accompagnati, e poi sopraffatti, dal loro disfacimento, donde il bisogno di capire il perché di questi processi naturali e del successivo tramutarsi degli stessi nel loro opposto.

Siamo ancora agli albori dell'umanità raziocinante, sconvolta da epidemie di immaginazione difettosa, dovuta ad un'ignoranza razionalizzata su base metafisica, che – invece di farci rimediare ai pericoli ed alle calamità che ci minacciano – c'induce ancora troppo spesso ad avviare processi assai più calamitosi di quelli che paventiamo.

E' da appena qualche secolo che il metodo scientifico d'analisi di alcuni fenomeni osservati ce ne consente il controllo; ed un tratto saliente del metodo scientifico è il calcolo, che permette una previsione ed una riproducibilità spesso soddisfacente dei fenomeni che ci interessa controllare.

Il *calcolo* è un sistema di procedure logiche basato sullo sfruttamento delle *analogie* e delle *tautologie*, e ci dà uno strumento, non sempre adeguato, per limitare i danni e le tragedie causate dalle *ideologie*.

Luigi Fantappiè, matematico di riconosciuta creatività, avvertì - con pochi altri del suo tempo e di tempi anteriori - il prepotente impulso a spingere il potere della logica e del calcolo oltre quel poco che fisica, chimica e biologia ci hanno finora messo in grado di capire e di tenere sotto controllo.

La stupefacente complessità, l'irresistibile sviluppo, l'*inspiegabile* origine dei grandi cicli biologici è ciò che soprattutto sfida la nostra capacità di comprensione, di rappresentazione e di controllo. Se la termodinamica ci convince circa la necessità del disfacimento, più o meno precoce, d'ogni sistema che si forma ed evolve, nulla riesce tuttora a convincerci circa la necessità del formarsi di sistemi apparentemente non soggetti alle norme probabilistiche, le quali sembrano inesorabilmente governare tanto la termodinamica quanto il resto dei fenomeni trattati dalla fisica e dalla chimica.

Fantappiè morì poco più che cinquantenne, così che non poté disporre del tempo necessario a trasferire la sua idea di "*sintropia*" dalla preliminare formulazione filosofica ad una formulazione passibile di elaborazione matematica e di *calcolo*. Nel raccogliermi il "testimone", come anche altri hanno inteso fare, ho tentato di riprendere e di svolgere il tema in una direzione potenzialmente utile, e nel modo che qui ho sin troppo sommariamente tratteggiato, nonostante il sin troppo spazio occupato.

La premessa è semplice, forse banale: a qualsiasi stato di un sistema la nostra conoscenza presente sa utilmente associare un livello di entropia, calcolabile mediante una precisa formula matematica. Se tale livello non è il massimo teoricamente possibile, allora significa che allo stesso stato del sistema è associabile anche un "*saldo*" di *non-entropia*, vale a dire di "organizzazione interna" del sistema, che rimane "automaticamente" definita come quantità complementare dell'entropia, e che perciò può essere descritta e rappresentata in maniera altrettanto utile e maneggevole.

Il linguaggio matematico è, con pochi dubbi, fra quelli più efficienti per fini di descrizione, ed è quasi insostituibile per fini di calcolo, specialmente se i calcoli non sono facili. Ho dunque presentato e formulato il concetto di “sintropia” come grandezza complementare, come l’altra faccia dell’entropia, traendone implicazioni logiche che mi paiono utilizzabili in pratica.

Fra le implicazioni logiche salienti di quest’approccio, mi sembrano importanti quelle che permettono descrizioni di probabili evoluzioni di sistemi sociali ed economici osservati nei primissimi stadi, o in brevissimi intervalli di equilibrio del loro divenire; fatta salva la consapevolezza che gli *stati di equilibrio* sono solo “momentanee” e convenzionali condizioni, inerenti assai più ai nostri meccanismi linguistici che alla realtà in sé.

Approcci di questo tipo al tema devono ritenersi soprattutto proposte di metodo. Nessun metodo può avere validità di scienza, fino a quando non si dimostra che esso è efficace in reiterate applicazioni alla realtà concreta.

Per quanto riguarda la mia esperienza personale, il metodo ha risposto bene a mie incombenti necessità tecniche professionali, superando il confronto con altri metodi e con altre tecniche di volta in volta disponibili per l’analisi e per la risoluzione “a tavolino” di problemi complicati. Ma i risultati ottenuti sono sempre e soltanto consistiti in insiemi di opzioni alternative indicate come possibili ad altri decisori, molto più importanti e molto più potenti di me. Questo significa che non dispongo ancora di alcuna verifica oggettiva e concreta dell’utilità del metodo.

Alcune importanti scuole di pensiero e di ricerca, in particolare quella facente capo all’attività di Ilya Prigogine e dei suoi collaboratori, hanno predisposto altri metodi per inquadrare e per approfondire il tema dei fenomeni complessi, da Prigogine denominati “strutture dissipative”. Ne è sorta una nuova disciplina di studi che ha preso il nome di *Sinergetica*. Si tratta di metodi d’analisi molto ambiziosi, che non mi pare abbiano finora trovato alcuna pratica applicazione alle scale dei macrosistemi, anche perché inizialmente focalizzatisi sull’esame dei comportamenti della materia alle scale molecolari e atomiche, dove le difficoltà – di tutti i generi e forse inaspettatamente – hanno dimensioni inversamente proporzionali a quelle delle scale trattate.

In aggiunta ai lavori citati prima nel corpo del testo, dò pochi altri riferimenti bibliografici, di carattere non strettamente specialistico e di agevole lettura, che ritengo utili per una critica proficua di quei concetti fondamentali che sono inevitabilmente coinvolti dalla discussione di temi come questo.

Bibliografia essenziale

- W. Heisenberg, *Fisica e filosofia*, Il Saggiatore, Milano 1961
- F. Bonsack, *Information, thermodynamique, vie et pensée*, Gauthier-Villars, Paris 1961
- I. Prigogine, *Le leggi del caos*, Laterza, Bari 1993
- J.P. Crutchfiel, J.D. Farmer et al., *Il caos*, rivista "Le Scienze", n° 222, febbraio 1987
- J.S. Walker, C.A. Vause, *Ricomparsa di fasi*, rivista "Le Scienze", n° 227, luglio 1987.

(Ci sono non pochi e ponderosi testi di I. Prigogine e G Nicolis, di non facile lettura e, a mio modesto avviso, spesso ripetitivi, nonché - a tratti - farraginosi. Alcuni capitoli di tali opere costituiscono nondimeno un ragguardevole contributo alla conoscenza. Cito, fra tutti, solo i due libri seguenti:

- *Le strutture dissipative*, Sansoni, Firenze 1987
- *La complessità*, Giulio Einaudi, Torino 1991).